Física

para la ciencia y la tecnología

Tipler | Mosca

6ª edición

Volumen 1

Mecánica/Oscilaciones y ondas/
Termodinámica

EDITORIAL REVERTÉ

Abreviaturas de unidades

A	ampère	H	henry	nm	nanómetro (10^{-9} m)
Å	ángstrom (10^{-10} m)	h	hora	pt	pinta
atm	atmósfera	Hz	hertz	qt	quart
Btu	unidad térmica inglesa	in	pulgada	rev	revolución
Bq	becquerel	J	joule	R	roentgen
C	coulomb	K	kelvin	Sv	sievert
°C	grados centígrados	kg	kilogramo	s	segundo
cal	caloría	km	kilómetro	T	tesla
Ci	curie	keV	kilo-electronvolt	u	unidad de masa unificada
cm	centímetro	lb	libra	V	volt
dyn	dina	L	litro	W	watt
eV	electronvolt	m	metro	Wb	weber
°F	grados Fahrenheit	MeV	mega-electronvolt	y	año
fm	femtometro, fermi (10^{-15} m)	Mm	megametro (10^6 m)	yd	yarda
ft	pie	mi	milla	μm	micrometro (10^{-6} m)
Gm	gigametro (10^9 m)	min	minuto	μs	microsegundo
G	gauss	mm	milímetro	μC	microcoulomb
Gy	gray	ms	milisegundo	Ω	ohm
g	gramo	N	newton		

Factores de conversión

Longitud

1 m = 39,37 in = 3,281 ft = 1,094 yd

1 m = 10^{15} fm = 10^{10} Å = 10^9 nm

1 km = 0,6214 mi

1 mi = 5280 ft = 1,609 km

1 año-luz= 1 $c \cdot$ a = $9{,}461 \times 10^{15}$ m

1 in = 2,540 cm

Volumen

1 L = 10^3 cm^3 = 10^{-3} m^3 = 1,057 qt

Tiempo

1 h = 3600 s = 3,6 ks

1 a = 365,24 d = $3{,}156 \times 10^7$ s

Velocidad

1 km/h = 0,278 m/s = 0,6214 mi/h

1 ft/s = 0,3048 m/s = 0,6818 mi/h

Ángulo y velocidad angular

1 rev = 2π rad = 360°

1 rad = 57,30°

1 rev/min = 0,1047 rad/s

Fuerza–presión

1 N = 10^5 dina = 0,2248 lb

1 lb = 4,448 N

1 atm = 101,3 kPa = 1,013 bar = 76,00 cmHg = 14,70 lb/in^2

Masa

1 u = $[(10^{-3}\ \text{mol}^{-1})/N_A]$ kg = $1{,}661 \times 10^{-27}$ kg

1 tonelada = 10^3 kg = 1 Mg

1 slug = 14,59 kg

1 kg ≈ 2,205 lb

Energía–Potencia

1 J = 10^7 erg = 0,7376 ft · lb = $9{,}869 \times 10^{-3}$ atm · L

1 kW · h = 3,6 MJ

1 cal = 4,184 J = $4{,}129 \times 10^{-2}$ atm · L

1 atm · L = 101,325 J = 24,22 cal

1 eV = $1{,}602 \times 10^{-19}$ J

1 Btu = 778 ft · lb = 252 cal = 1054 J

1 caballo de vapor = 550 ft · lb/s = 746 W

Conductividad térmica

1 W/(m · K) = 6,938 Btu · in/(h · ft^2 · °F)

Campo magnético

1 T = 10^4 G

Viscosidad

1 Pa · s = 10 poise

SEXTA EDICIÓN

FÍSICA PARA LA CIENCIA Y LA TECNOLOGÍA

VOLUMEN 1

Mecánica/Oscilaciones y ondas/Termodinámica

SEXTA EDICIÓN

FÍSICA PARA LA CIENCIA Y LA TECNOLOGÍA

VOLUMEN 1
Mecánica/Oscilaciones y ondas/Termodinámica

Paul A. Tipler
Gene Mosca



EDITORIAL
REVERTÉ

Barcelona • Bogotá • Buenos Aires • México

Título de la obra original:
Physics for Scientists and Engineers, Sixth Edition.
Edición original en lengua inglesa publicada por
W. H. FREEMAN AND COMPANY, New York and Basingstoke
41 Madison Avenue, New York (NY) – U.S.A.

Edición en papel
© Editorial Reverté, S. A., 2010
ISBN: 978-84-291-4429-1 Volumen 1
ISBN: 978-84-291-4428-4 Obra completa

Edición e-book (PDF)
© Editorial Reverté, S. A., 2021
ISBN: 978-84-291-9596-5

Versión española:

COORDINADOR Y TRADUCTOR
Dr. José Casas-Vázquez
Catedrático de Física de la Materia Condensada

TRADUCTORES
Dr. Albert Bramon Planas
Catedrático de Física Teórica

Dr. Josep Enric Llebot Rabagliati
Catedrático de Física de la Materia Condensada

Dr. Fernando M. López Aguilar
Catedrático de Física Aplicada

Dr. Vicenç Méndez López
Profesor Agregado de Física de la Materia Condensada

Departamento de Física
Universidad Autónoma de Barcelona
España

MAQUETACIÓN: REVERTÉ-AGUILAR
CORRECCIÓN DE ESTILO: CARLOS CISTUÉ SOLÁ

Propiedad de:
EDITORIAL REVERTÉ, S. A.
Loreto, 13-15. Local B
Tel: (34) 93 419 33 36
08029 Barcelona. ESPAÑA
reverte@reverte.com

www.reverte.com

1335

PT: Para Claudia

GM: Para Vivian

Índice abreviado de la obra completa

VOLUMEN 1

Volumen 1A

PARTE I MECÁNICA



Thinkstock/Alamy

Volumen 1B

PARTE II OSCILACIONES Y ONDAS

Volumen 1C

PARTE III TERMODINÁMICA

VOLUMEN 2

Volumen 2A

PARTE IV ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO

Volumen 2B

PARTE V LUZ

FÍSICA MODERNA

PARTE VI MECÁNICA CUÁNTICA, RELATIVIDAD Y ESTRUCTURA DE LA MATERIA

APÉNDICES Y RESPUESTAS

Índice analítico

Volumen 1

Gentileza de Rossignol Ski Company

Capítulo 10
MOMENTO ANGULAR / 331

Capítulo 11
GRAVEDAD / 363

Capítulo 12
EQUILIBRIO ESTÁTICO Y ELASTICIDAD / 397

Capítulo 13
FLUIDOS / 423

PARTE II OSCILACIONES Y ONDAS

Capítulo 14
OSCILACIONES / 457

Capítulo 15
MOVIMIENTO ONDULATORIO / 495

Prefacio

La sexta edición de *Física para la ciencia y la tecnología* presenta un texto y herramientas *online* completamente integrados que ayudarán a los estudiantes a aprender de un modo más eficaz y que permitirá a los profesores adaptar sus clases para enseñar de un modo más eficiente.

El texto incluye un nuevo enfoque estratégico de resolución de problemas, un apéndice de matemáticas integrado y nuevas herramientas para mejorar la comprensión conceptual. Los nuevos temas de actualidad en física destacan temas innovadores que ayudan a los estudiantes a relacionar lo que aprenden con las tecnologías del mundo real.

CARACTERÍSTICAS CLAVE



ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

En la sexta edición destaca una nueva estrategia de resolución de problemas en la que los Ejemplos siguen un formato sistemático de **Planteamiento**, **Solución** y **Comprobación**. Este formato conduce a los estudiantes a través de los pasos implicados en el análisis del problema, la resolución del problema y la comprobación de sus respuestas. Los Ejemplos a menudo incluyen útiles secciones de **Observación** que presentan formas alternativas de resolución de problemas, hechos interesantes, o información adicional relativa a los conceptos presentados. Siempre que se considera necesario, los Ejemplos van seguidos de **Problemas Prácticos** para que los estudiantes puedan evaluar su dominio de los conceptos.

En esta edición, las etapas de resolución de problemas siguen contando con las ecuaciones necesarias al lado, de manera que a los estudiantes les resulte más fácil seguir el razonamiento.

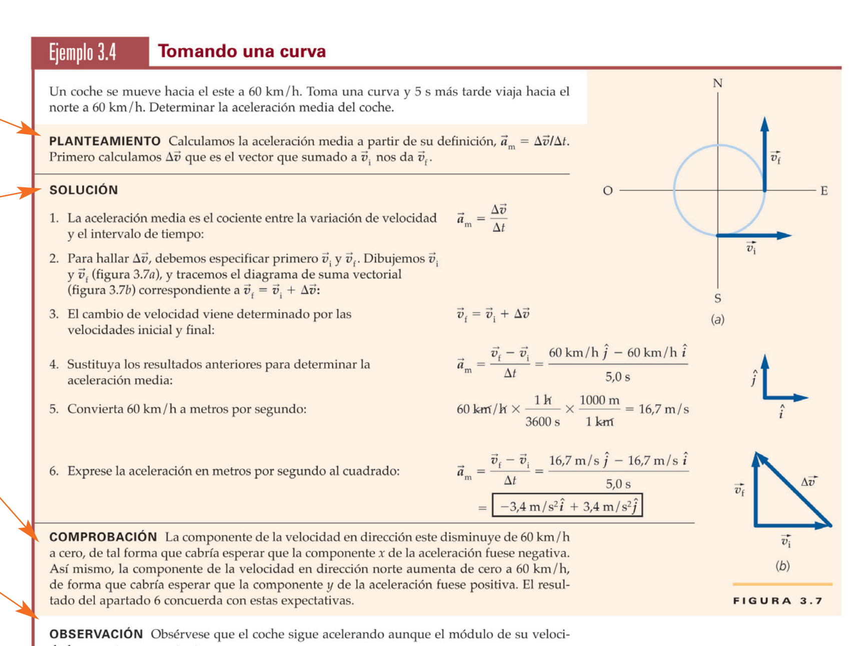
Después de cada enunciado del problema, los estudiantes van al **Planteamiento** del problema. Aquí, el problema se analiza tanto conceptualmente como visualmente.

En la sección **Solución**, cada paso de la solución se presenta con un enunciado escrito en la columna de la izquierda y las ecuaciones matemáticas correspondientes en la columna de la derecha.

La **Comprobación** recuerda a los estudiantes que han de verificar que sus resultados son precisos y razonables.

La **Observación** sugiere una forma distinta de enfocar un ejemplo o da información adicional relevante para el ejemplo.

A la solución le sigue normalmente un **Problema Práctico**, lo que permite a los estudiantes comprobar su comprensión. Al final del capítulo se incluyen las respuestas para facilitar una comprobación inmediata.



En casi todos los capítulos se incluye un recuadro llamado **Estrategia de resolución de problemas** para reforzar el formato **Planteamiento**, **Solución** y **Comprobación** para solucionar satisfactoriamente los problemas.

ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Velocidad relativa

PLANTEAMIENTO El primer paso para la resolución de problemas de velocidad relativa es identificar y marcar los sistemas de referencia relevantes. Aquí les llamaremos sistema de referencia A y B.

SOLUCIÓN

1. Utilizando $\vec{v}_{pB} = \vec{v}_{pA} + \vec{v}_{AB}$ (ecuación 3.9), relacione la velocidad del objeto móvil (partícula p) relativa al sistema A con la velocidad de la partícula relativa al sistema B.
2. Trace un diagrama de suma vectorial para la ecuación $\vec{v}_{pB} = \vec{v}_{pA} + \vec{v}_{AB}$. Incluya ejes de coordenadas en el dibujo.
3. Calcule la incógnita en cuestión. Utilice la trigonometría cuando sea necesario.

COMPROBACIÓN Asegúrese de que obtiene la velocidad o posición del cuerpo respecto del sistema de referencia correcto.



APÉNDICE DE MATEMÁTICAS INTEGRADO

Esta edición ha mejorado el apoyo matemático a los estudiantes que estudian Matemáticas al mismo tiempo que introducción a la Física o a los estudiantes que requieren repasar las Matemáticas.

El **Apéndice de Matemáticas completo**

- revisa resultados básicos de álgebra, geometría, trigonometría y cálculo,
- relaciona conceptos matemáticos con conceptos físicos del libro,
- proporciona Ejemplos y Problemas Prácticos para que los estudiantes puedan comprobar su comprensión de los conceptos matemáticos.

Ejemplo M.13 Desintegración radiactiva del cobalto-60

El período de semidesintegración del cobalto-60 (^{60}Co) es 5,27 años. A $t = 0$ se tiene una muestra de ^{60}Co de masa 1,20 mg. ¿Cuánto tiempo t (en años) habrá de transcurrir para que 0,400 mg de la muestra de ^{60}Co se hayan desintegrado?

PLANTEAMIENTO En la deducción del período de semidesintegración pusimos $N/N_0 = 1/2$. En este ejemplo, hemos de hallar el tiempo de permanencia de dos tercios de la muestra, es decir, cuando la fracción N/N_0 sea de 0,667.

SOLUCIÓN

1. Expresar la fracción N/N_0 como una función exponencial: $\frac{N}{N_0} = 0{,}667 = e^{-\lambda t}$
2. Obtener los valores recíprocos de ambos miembros: $\frac{N_0}{N} = 1{,}50 = e^{\lambda t}$
3. Despejar t: $t = \frac{\ln 1{,}50}{\lambda} = \frac{0{,}405}{\lambda}$
4. La constante de desintegración está relacionada con el período de semidesintegración por medio de $\lambda = (\ln 2)/t_{1/2}$ (ecuación M.70). Sustituir $(\ln 2)/t_{1/2}$ por λ y calcular el tiempo: $t = \frac{\ln 1{,}5}{\ln 2} t_{1/2} = \frac{\ln 1{,}5}{\ln 2} \times 5{,}27 \text{ años} = 3{,}08 \text{ años}$

COMPROBACIÓN Para que la masa de una muestra de ^{60}Co decreciese hasta el 50% de su masa inicial habrían de transcurrir 5,27 años. Por lo tanto, es de esperar que la muestra tardase menos de 5,27 años para perder el 33,3% de su masa. Por tanto, el resultado obtenido (3,08 años), concuerda con lo esperado.

PROBLEMAS PRÁCTICOS

27. La constante de tiempo de descarga de un condensador en ur que tarda el condensador en descargarse hasta e^{-1} (o sea 0,368) $\tau = 1$ s para un condensador, ¿cuánto tiempo t (en segundos) descargarse hasta el 50% de su carga inicial?
28. Si la población de coyotes en un determinado lugar está creci por década y continúa creciendo al mismo ritmo indefinidamen canzará una población 1,5 veces la actual?

M.12 CÁLCULO INTEGRAL

El **cálculo integral** se puede considerar el inverso del cálculo diferencial. Si una función $f(t)$ se integra, se obtiene una función $F(t)$, de forma que $f(t)$ es la derivada de $F(t)$ con respecto a t.

LA INTEGRAL COMO UN ÁREA BAJO UNA CURVA. ANÁLISIS DIMENSIONAL

La integración está relacionada con el problema de hallar el área bajo una curva. La figura M.27 muestra una función $f(t)$. El área del elemento sombreado es aproximadamente $f_i\,\Delta t_i$, en donde f_i se calcula en un punto cualquiera del intervalo Δt_i. Esta aproximación mejora si Δt_i es muy pequeño. Se halla el área total desde t_1 hasta t_2 sumando todos los elementos de área desde t_1 a t_2 y tomando el límite cuando Δt_i tiende a cero. Este límite se denomina la **integral** de f extendida al intervalo t_1, t_2 y se escribe

$$\int f\,dt = \text{área}_i = \lim_{\Delta t_i \to 0} \sum_i f_i \Delta t_i \qquad \text{M.74}$$

Las dimensiones físicas de una integral de una función $f(t)$ se hallan multiplicando las dimensiones del integrando (la función que se ha de integrar) por las dimensiones de la variable de in-

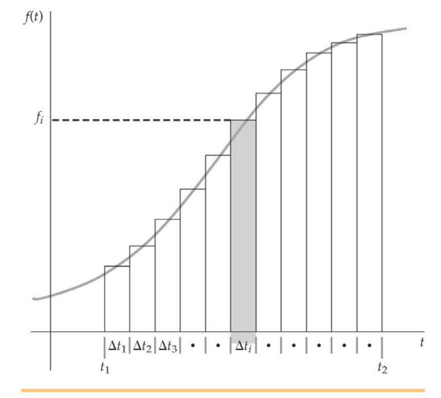


FIGURA M.27 Función general $f(t)$. El área del elemento sombreado es aproximadamente $f_i\,\Delta t_i$, en donde f_i se calcula para un punto cualquiera del intervalo.



Véase el
Apéndice de matemáticas
para más información sobre
Cálculo diferencial

Además, las notas al margen permiten a los estudiantes ver fácilmente la relación entre los conceptos físicos del texto y los conceptos matemáticos.

¡NUEVO! PEDAGOGÍA PARA ASEGURAR LA COMPRENSIÓN CONCEPTUAL

Se han añadido herramientas prácticas para los estudiantes para facilitar un mejor comprensión conceptual de la física.

- Se han introducido nuevos **Ejemplos conceptuales**, para ayudar a los estudiantes a comprender en profundidad conceptos físicos esenciales. Estos ejemplos utilizan la estrategia **Planteamiento**, **Solución** y **Comprobación**, de modo que los estudiantes no sólo obtienen una comprensión conceptual básica sino que tienen que evaluar sus respuestas.

Ejemplo 8.12 Colisiones con masilla *Conceptual*

María tiene dos bolas de la misma masa, una bola de masilla y otra de goma. Lanza la bola de masilla contra un bloque suspendido por dos cuerdas como se muestra en la figura 8.20. La bola impacta contra el bloque y cae al suelo. Como consecuencia, el bloque asciende hasta una altura máxima h. Si hubiera lanzado la bola de goma con la misma velocidad, ¿el bloque habría ascendido a una altura mayor que h? La goma, a diferencia de la masilla, es elástica y hubiera rebotado contra el bloque.

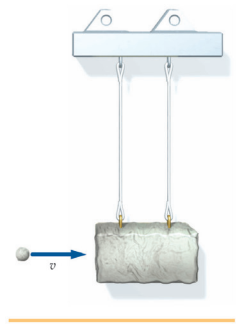


FIGURA 8.20

PLANTEAMIENTO Durante el impacto, el cambio de momento del sistema bola-bloque es cero. Cuanto mayor es el cambio de momento de la bola, mayor será el cambio de momento del bloque. ¿Aumenta más el cambio de momento de la bola si rebota en el bloque que si no lo hace?

SOLUCIÓN

La bola de masilla pierde una fracción importante de su momento inicial. La bola de goma perdería todo el momento inicial para ganar momento en la dirección opuesta. Por tanto, la bola de goma perdería mayor cantidad de momento que la bola de masilla.

El bloque ascendería hasta una mayor altura después de ser impactado con la bola de goma que si hubiese sido impactado por la bola de masilla.

COMPROBACIÓN El bloque ejerce un impulso hacia atrás sobre la bola de masilla hasta hacerla parar. El mismo impulso hace detener la bola de goma, pero además el bloque ejerce un impulso adicional que la hacer retroceder. Así, el bloque ejerce un mayor impulso sobre la bola de goma que sobre la de masilla. Según la tercera ley de Newton, el impulso de la bola sobre el bloque es igual y opuesto al impulso del bloque sobre la bola. Entonces, la bola de goma ejerce un impulso mayor sobre el bloque confiriéndole un mayor cambio de momento.

- Las nuevas **Comprobaciones de conceptos** facilitan a los estudiantes comprobar su comprensión conceptual de conceptos físicos mientras leen los capítulos. Las respuestas están situadas al final de cada capítulo para permitir una comprobación inmediata. Las comprobaciones de conceptos se colocan cerca de temas relevantes, de modo que los estudiantes puedan releer inmediatamente cualquier material que no comprendan del todo.



COMPROBACIÓN CONCEPTUAL 3.1

La figura 3.9 es el diagrama del movimiento de la saltadora antes, durante y después del instante de tiempo t_6, cuando se halla momentáneamente en reposo en el punto más bajo de su descenso. En la parte de su ascenso mostrada en el esquema, la velocidad de la saltadora aumenta. Utilice este diagrama para determinar la dirección de la aceleración de la saltadora (a) en el instante t_6 y (b) en el instante t_9.

- Los nuevos **avisos de errores frecuentes**, identificados mediante signos de exclamación, ayudan a los estudiantes a evitar errores habituales. Estos avisos están situados cerca de los temas que habitualmente causan confusión, de manera que los estudiantes puedan resolver de inmediato cualquier dificultad.

donde U_0, la constante arbitraria de integración, es el valor de la energía potencial para $y = 0$. Como sólo definimos la variación de energía potencial, el valor real de U no es importante. Por ejemplo, si a la energía potencial gravitatoria del sistema Tierra-esquiador se le asigna un valor igual a cero cuando el esquiador está en el fondo de la pista, su valor a la altura h sobre este nivel es mgh. También podemos asignar el valor cero de energía potencial al momento en que el esquiador está en un punto P a medio camino de la pendiente, en cuyo caso su valor en cualquier otro punto sería mgy, donde y es la distancia del esquiador respecto al punto P.

Tenemos libertad para dar a U el valor cero en cualquier punto de referencia.



TEMAS DE ACTUALIDAD EN FÍSICA

Los **temas de actualidad en Física**, que aparecen al final de ciertos capítulos, tratan de aplicaciones actuales de la Física y relacionan estas aplicaciones con conceptos descritos en los capítulos. Estos temas van desde un parque eólico hasta termómetros moleculares y motores de detonación pulsar.

Temas de actualidad en Física

Soplando aire cálidos

Los parques eólicos están desperdigados por la costa danesa, las planicies del alto medio-oeste de EE.UU. y las montañas desde California hasta Vermont. El aprovechamiento de la energía cinética del viento no es nada nuevo. Durante siglos, los molinos de viento se han utilizado para bombear agua, ventilar minas[1] y moler el grano.

En la actualidad, las turbinas de viento hacen funcionar generadores eléctricos. Esas turbinas transforman energía cinética en energía electromagnética. Las turbinas modernas tienen precios, tamaños y rendimientos muy variados. Algunas de ellas son pequeñas y sencillas máquinas que cuestan unos 500 dólares y producen unos 100 watts de potencia.[2] Otras son gigantes y complejas y cuestan unos 2 millones de dólares pero generan hasta 2,5 MW por turbina.[3] Todas ellas funcionan gracias a una fuente de energía fácilmente disponible —el viento.

La teoría que hay detrás de la conversión de energía cinética en electromagnética es simple. Las moléculas de aire golpean sobre las aspas de la hélice y hacen girar la turbina. Las aspas hacer girar unos engranajes que hacen aumentar la velocidad de rotación que a su vez hace girar el rotor generador. El generador envía energía electromagnética a cables que soportan alta tensión.

Sin embargo, la conversión de la energía cinética del viento en energía electromagnética no es perfectamente eficiente; de hecho, no puede ser 100% eficiente. Si las turbinas convirtieran completamente la energía cinética del viento en energía eléctrica, el aire saldría de las turbinas sin energía cinética. Es decir, las turbinas pararían el aire. Si la turbina parase completamente el aire, éste fluiría alrededor de la turbina en lugar de fluir a través de ella.

Así, la turbina debe ser capaz de capturar la energía cinética del aire en movimiento y de evitar el flujo de aire a su alrededor. Las turbinas propulsadas por hélices son las más comunes y su eficiencia teórica varía de 30% a 59%.[4] (Las eficiencias teóricas varían en función de cómo el aire fluye alrededor de la turbina y a través de las hélices.)

En resumen, ni la más eficiente de las turbinas puede convertir el 100% de la energía disponible. ¿Qué sucede? Antes de llegar a la turbina el aire fluye de forma laminar mientras que al dejar atrás la turbina el aire se vuelve turbulento. La componente rotacional del movimiento del aire de detrás de la turbina, aumenta su energía aunque también hay alguna disipación debida a la viscosidad del aire. Si un determinado volumen de aire se mueve más lentamente, aparecerá un rozamiento entre este aire y el aire más veloz que fluye a su alrededor.[5] Las hélices se calientan y el aire también. Los engranajes de la turbina también disipan energía debido al rozamiento. Las hélices vibran individualmente —la energía absorbida para producir estas vibraciones también hace disminuir la eficiencia. Finalmente, la turbina necesita corriente para hacer funcionar los motores que lubrican los engranajes y el motor que orienta la turbina en la dirección más apropiada para la captura del viento.



Un parque eólico que convierte la energía cinética del aire en energía eléctrica. *(Image Slate.)*

MATERIAL COMPLEMENTARIO Y RECURSOS ADICIONALES

Esta nueva edición dispone de gran cantidad de recursos y materiales complementarios para alumnos y profesores. Todos estos materiales se encuentran disponibles en su versión original en inglés.

Si es usted profesor y piensa utilizar este libro como texto para su asignatura, puede acceder al material complementario registrándose en la siguiente página web, www.reverte.com/microsites/tipler6ed, o contactando con promocion@reverte.com

También está disponible en soporte físico el siguiente material:

Para el alumno

Student Solutions Manual proporciona la resolución completa de los problemas impares de final de capítulo.

Volume 1 (Chapters 1-20, R) 9781429203029
Volume 2 (Chapters 21-33) 9781429203036
Volume 3 (Chapters 34-41) 9781429203012

Study Guide destaca las magnitudes físicas y ecuaciones clave y los errores que deben evitarse. Incluye problemas prácticos y cuestiones para mejorar la comprensión de los conceptos físicos, además de test para su comprobación.

Volume 1 (Chapters 1-20, R) 9780071784678
Volume 2 (Chapters 21-33) 9781429204101
Volume 3 (Chapters 34-41) 9781429204118

Para el profesor

Instructor's Resource CD-ROM contiene ilustraciones en formato jpg, presentaciones PowerPoint, un completo *test bank* con más de 4000 problemas tipo test y las herramientas para diseñar presentaciones y páginas web.

Volume 1 (Chapters 1-20, R) 9780716784708
Volume 2 (Chapters 21-33) 9781429202688
Volume 3 (Chapters 34-41) 9781429202671

Answer Booklet with Solution CD Resource son libros que contienen las respuestas de todos los problemas de final de capítulo e incluyen un CD-ROM con sus resoluciones completas. Estas soluciones también están disponibles en el Instructor's CD-ROM.

Volume 1 (Chapters 1-20, R) 9780716784791
Volume 2 (Chapters 21-33) 9781429204576
Volume 3 (Chapters 34-41) 9781429205146

Puede adquirir este material en Los Andes Libros S.L. a través de su página web, www.andeslibros.com, o contactando con libros@andeslibros.com.

FLEXIBILIDAD PARA LOS CURSOS DE FÍSICA

Nos damos cuenta de que no todos los cursos de física son iguales. Para facilitar la utilización del libro, *Física para la ciencia y la tecnología* se halla disponible en las siguientes versiones:

Volumen 1 *Mecánica/Oscilaciones y ondas/Termodinámica*
(Capítulos 1–20, R) 978-84-291-4429-1

Volumen 2 *Electricidad y magnetismo/Luz*
(Capítulos 21–33) 978-84-291-4430-7

Volumen 1A *Mecánica* (Capítulos 1–13) 978-84-291-4421-5

Volumen 1B *Oscilaciones y ondas* (Capítulos 14–16) 978-84-291-4422-2

Volumen 1C *Termodinámica* (Capítulos 17–20) 978-84-291-4423-9

Volumen 2A *Electricidad y magnetismo* (Capítulos 21–30) 978-84-291-4424-6

Volumen 2B *Luz* (Capítulos 31–33) 978-84-291-4425-3

Física moderna *Mecánica cuántica, relatividad y estructura de la materia*
(Capítulos R, 34–41) 978-84-291-4426-0

Apéndices y respuestas 978-84-291-4427-7

Agradecimientos

Queremos expresar nuestro agradecimiento a los diversos profesores, estudiantes, colaboradores y amigos que han contribuido a esta edición y a las anteriores.

Anthony J. Buffa, profesor emérito en California Polytechnic State University en California, escribió muchos de los nuevos problemas que aparecen al final de los capítulos y editó las secciones de problemas del final de cada capítulo. Laura Runkle escribió los Temas de actualidad en Física. Richard Mickey revisó la Revisión de matemáticas de la quinta edición, que ahora constituye el Apéndice de matemáticas de la sexta edición. David Mills, profesor emérito en el College of the Redwoods en California, revisó a fondo el Manual de Soluciones. Para redactar este libro y para comprobar la precisión y exactitud del texto y los problemas hemos contado con la ayuda inestimable de los siguientes profesores:

Thomas Foster
Southern Illinois University

Karamjeet Arya
San Jose State University

Mirley Bala
Texas A&M University—Corpus Christi

Michael Crivello
San Diego Mesa College

Carlos Delgado
Community College of Southern Nevada

David Faust
Mt. Hood Community College

Robin Jordan
Florida Atlantic University

Jerome Licini
Lehigh University

Dan Lucas
University of Wisconsin

Laura McCullough
University of Wisconsin, Stout

Jeannette Myers
Francis Marion University

Marian Peters
Appalachian State University

Todd K. Pedlar
Luther College

Paul Quinn
Kutztown University

Peter Sheldon
Randolph-Macon Woman's College

Michael G. Strauss
University of Oklahoma

Brad Trees
Ohio Wesleyan University

George Zober
Yough Senior High School

Patricia Zober
Ringgold High School

Muchos profesores y estudiantes han realizado revisiones exhaustivas y útiles de uno o más capítulos de esta edición. Cada uno de ellos ha contribuido de un modo fundamental a mejorar la calidad de esta revisión, y merecen por ello nuestro agradecimiento. Nos gustaría dar las gracias a los siguientes revisores:

Ahmad H. Abdelhadi
James Madison University

Edward Adelson
Ohio State University

Royal Albridge
Vanderbilt University

J. Robert Anderson
University of Maryland, College Park

Toby S. Anderson
Tennessee State University

Wickram Ariyasinghe
Baylor University

Yildirim Aktas
University of North Carolina, Charlotte

Eric Ayars
California State University

James Battat
Harvard University

Eugene W. Beier
University of Pennsylvania

Peter Beyersdorf
San Jose State University

Richard Bone
Florida International University

Juliet W. Brosing
Pacific University

Ronald Brown
California Polytechnic State University

Richard L. Cardenas
St. Mary's University

Troy Carter
University of California, Los Angeles

Alice D. Churukian
Concordia College

N. John DiNardo
Drexel University

Jianjun Dong
Auburn University

Fivos R Drymiotis
Clemson University

Mark A. Edwards
Hofstra University

James Evans
Broken Arrow Senior High

Nicola Fameli
University of British Columbia

N. G. Fazleev
University of Texas at Arlington

Thomas Furtak
Colorado School of Mines

Richard Gelderman
Western Kentucky University

Yuri Gershtein
Florida State University

Paolo Gondolo
University of Utah

Benjamin Grinstein
University of California, San Diego

Parameswar Hari
University of Tulsa

Joseph Harrison
University of Alabama—Birmingham

Patrick C. Hecking
Thiel College

Kristi R. G. Hendrickson
University of Puget Sound

Linnea Hess
Olympic College

Mark Hollabaugh
Normandale Community College

Daniel Holland
Illinois State University

Richard D. Holland II
Southern Illinois University

Eric Hudson
Massachusetts Institute of Technology

David C. Ingram
Ohio University

Colin Inglefield
Weber State University

Nathan Israeloff
Northeastern University

Donald J. Jacobs
California State University, Northridge

Erik L. Jensen
Chemeketa Community College

Colin P Jessop
University of Notre Dame

Ed Kearns
Boston University

Alice K. Kolakowska
Mississippi State University

Douglas Kurtze
Saint Joseph's University

Eric T. Lane
University of Tennessee at Chattanooga

Christie L. Larochelle
Franklin & Marshall College

Mary Lu Larsen
Towson University

Clifford L. Laurence
Colorado Technical University

Bruce W. Liby
Manhattan College

Ramon E. Lopez
Florida Institute of Technology

Ntungwa Maasha
Coastal Georgia Community Collegee and University Center

Jane H MacGibbon
University of North Florida

A. James Mallmann
Milwaukee School of Engineering

Rahul Mehta
University of Central Arkansas

R. A. McCorkle
University of Rhode Island

Linda McDonald
North Park University

Kenneth McLaughlin
Loras College

Eric R. Murray
Georgia Institute of Technology

Jeffrey S. Olafsen
University of Kansas

Richard P. Olenick
University of Dallas

Halina Opyrchal
New Jersey Institute of Technology

Russell L. Palma
Minnesota State University—Mankato

Todd K. Pedlar
Luther College

Daniel Phillips
Ohio University

Edward Pollack
University of Connecticut

Michael Politano
Marquette University

Robert L. Pompi
SUNY Binghamton

Damon A. Resnick
Montana State University

Richard Robinett
Pennsylvania State University

John Rollino
Rutgers University

Daniel V. Schroeder
Weber State University

Douglas Sherman
San Jose State University

Christopher Sirola
Marquette University

Larry K. Smith
Snow College

George Smoot
University of California at Berkeley

Zbigniew M. Stadnik
University of Ottawa

Kenny Stephens
Hardin-Simmons University

Daniel Stump
Michigan State University

Jorge Talamantes
California State University, Bakersfield

Charles G. Torre
Utah State University

Brad Trees
Ohio Wesleyan University

John K. Vassiliou
Villanova University

Theodore D. Violett
Western State College

Hai-Sheng Wu
Minnesota State University—Mankato

Anthony C. Zable
Portland Community College

Ulrich Zurcher
Cleveland State University

También estamos en deuda con los revisores de ediciones anteriores. Por lo que nos gustaría dar las gracias a los siguientes revisores, quienes nos proporcionaron un apoyo imprescindible mientras realizábamos la cuarta y la quinta ediciones:

Edward Adelson
The Ohio State University

Michael Arnett
Kirkwood Community College

Todd Averett
The College of William and Mary

Yildirim M. Aktas
University of North Carolina at Charlotte

Karamjeet Arya
San Jose State University

Alison Baski
Virginia Commonwealth University

William Bassichis
Texas A&M University

Joel C. Berlinghieri
The Citadel

Gary Stephen Blanpied
University of South Carolina

Frank Blatt
Michigan State University

Ronald Brown
California Polytechnic State University

Anthony J. Buffa
California Polytechnic State University

John E. Byrne
Gonzaga University

Wayne Carr
Stevens Institute of Technology

George Cassidy
University of Utah

Lay Nam Chang
Virginia Polytechnic Institute

I. V. Chivets
Trinity College, University of Dublin

Harry T. Chu
University of Akron

Alan Cresswell
Shippensburg University

Robert Coakley
University of Southern Maine

Robert Coleman
Emory University

Brent A. Corbin
UCLA

Andrew Cornelius
University of Nevada at Las Vegas

Mark W. Coffey
Colorado School of Mines

Peter P. Crooker
University of Hawaii

Jeff Culbert
London, Ontario

Paul Debevec
University of Illinois

Ricardo S. Decca
Indiana University-Purdue University

Robert W. Detenbeck
University of Vermont

N. John DiNardo
Drexel University

Bruce Doak
Arizona State University

Michael Dubson
University of Colorado at Boulder

John Elliott
University of Manchester, England

William Ellis
University of Technology — Sydney

Colonel Rolf Enger
U.S. Air Force Academy

John W. Farley
University of Nevada at Las Vegas

David Faust
Mount Hood Community College

Mirela S. Fetea
University of Richmond

David Flammer
Colorado School of Mines

Philip Fraundorf
University of Missouri, Saint Louis

Tom Furtak
Colorado School of Mines

James Garland
Retired

James Garner
University of North Florida

Ian Gatland
Georgia Institute of Technology

Ron Gautreau
New Jersey Institute of Technology

David Gavenda
University of Texas at Austin

Patrick C. Gibbons
Washington University

David Gordon Wilson
Massachusetts Institute of Technology

Christopher Gould
University of Southern California

Newton Greenberg
SUNY Binghamton

John B. Gruber
San Jose State University

Huidong Guo
Columbia University

Phuoc Ha
Creighton University

Richard Haracz
Drexel University

Clint Harper
Moorpark College

Michael Harris
University of Washington

Randy Harris
University of California at Davis

Tina Harriott
Mount Saint Vincent, Canada

Dieter Hartmann
Clemson University

Theresa Peggy Hartsell
Clark College

Kristi R.G. Hendrickson
University of Puget Sound

Michael Hildreth
University of Notre Dame

Robert Hollebeek
University of Pennsylvania

David Ingram
Ohio University

Shawn Jackson
The University of Tulsa

Madya Jalil
University of Malaya

Monwhea Jeng
University of California — Santa Barbara

James W. Johnson
Tallahassee Community College

Edwin R. Jones
University of South Carolina

Ilon Joseph
Columbia University

David Kaplan
University of California — Santa Barbara

William C. Kerr
Wake Forest University

John Kidder
Dartmouth College

Roger King
City College of San Francisco

James J. Kolata
University of Notre Dame

Boris Korsunsky
Northfield Mt. Hermon School

Thomas O. Krause
Towson University

Eric Lane
University of Tennessee, Chattanooga

Andrew Lang (graduate student)
University of Missouri

David Lange
University of California — Santa Barbara

Donald C. Larson
Drexel University

Paul L. Lee
California State University, Northridge

Peter M. Levy
New York University

Jerome Licini
Lehigh University

Isaac Leichter
Jerusalem College of Technology

William Lichten
Yale University

Robert Lieberman
Cornell University

Fred Lipschultz
University of Connecticut

Graeme Luke
Columbia University

Dan MacIsaac
Northern Arizona University

Edward McCliment
University of Iowa

Robert R. Marchini
The University of Memphis

Peter E. C. Markowitz
Florida International University

Daniel Marlow
Princeton University

Fernando Medina
Florida Atlantic University

Howard McAllister
University of Hawaii

John A. McClelland
University of Richmond

Laura McCullough
University of Wisconsin at Stout

M. Howard Miles
Washington State University

Matthew Moelter
University of Puget Sound

Eugene Mosca
U.S. Naval Academy

Carl Mungan
U.S. Naval Academy

Taha Mzoughi
Mississippi State University

Charles Niederriter
Gustavus Adolphus College

John W. Norbury
University of Wisconsin at Milwaukee

Aileen O'Donughue
St. Lawrence University

Jack Ord
University of Waterloo

Jeffry S. Olafsen
University of Kansas

Melvyn Jay Oremland
Pace University

Richard Packard
University of California

Antonio Pagnamenta
University of Illinois at Chicago

George W. Parker
North Carolina State University

John Parsons
Columbia University

Dinko Pocanic
University of Virginia

Edward Pollack
University of Connecticut

Robert Pompi
The State University of New York at Binghamton

Bernard G. Pope
Michigan State University

John M. Pratte
Clayton College and State University

Brooke Pridmore
Clayton State College

Yong-Zhong Qian
University of Minnesota

David Roberts
Brandeis University

Lyle D. Roelofs
Haverford College

R. J. Rollefson
Wesleyan University

Larry Rowan
University of North Carolina at Chapel Hill

Ajit S. Rupaal
Western Washington University

Todd G. Ruskell
Colorado School of Mines

Lewis H. Ryder
University of Kent, Canterbury

Andrew Scherbakov
Georgia Institute of Technology

Bruce A. Schumm
University of California, Santa Cruz

Cindy Schwarz
Vassar College

Mesgun Sebhatu
Winthrop University

Bernd Schuttler
University of Georgia

Murray Scureman
Amdahl Corporation

Marllin L. Simon
Auburn University

Scott Sinawi
Columbia University

Dave Smith
University of the Virgin Islands

Wesley H. Smith
University of Wisconsin

Kevork Spartalian
University of Vermont

Zbigniew M. Stadnik
University of Ottawa

G. R. Stewart
University of Florida

Michael G. Strauss
University of Oklahoma

Kaare Stegavik
University of Trondheim, Norway

Jay D. Strieb
Villanova University

Dan Styer
Oberlin College

Chun Fu Su
Mississippi State University

Jeffrey Sundquist
Palm Beach Community College — South

Cyrus Taylor
Case Western Reserve University

Martin Tiersten
City College of New York

Chin-Che Tin
Auburn University

Oscar Vilches
University of Washington

D. J. Wagner
Grove City College
Columbia University

George Watson
University of Delaware

Fred Watts
College of Charleston

David Winter

John A. Underwood
Austin Community College

John Weinstein
University of Mississippi

Stephen Weppner
Eckerd College

Suzanne E. Willis
Northern Illinois University

Frank L. H. Wolfe
University of Rochester

Frank Wolfs
University of Rochester

Roy C. Wood
New Mexico State University

Ron Zammit
California Polytechnic State University

Yuriy Zhestkov
Columbia University

Dean Zollman
Kansas State University

Fulin Zuo
University of Miami

Es obvio que nuestro trabajo no termina nunca; por ello, esperamos recibir comentarios y sugerencias de nuestros lectores para poder mejorar el texto y corregir cualquier error. Si usted cree que ha hallado un error, o tiene cualquier otro comentario, sugerencia o pregunta, envíenos una nota a **producción@reverte.com** Incorporaremos las correcciones en el texto en posteriores reimpresiones.

Por último, nos gustaría agradecer a nuestros amigos de W. H. Freeman and Company su ayuda y aliento. Susan Brennan, Clancy Marshall, Kharissia Pettus, Georgia Lee Hadler, Susan Wein, Trumbull Rogers, Connie Parks, John Smith, Dena Digilio Betz, Ted Szczepanski y Liz Geller, quienes fueron muy generosos con su creatividad y duro trabajo en cada etapa del proceso.

También estamos agradecidos por las contribuciones y ayuda de nuestros colegas Larry Tankersley, John Ertel, Steve Montgomery y Don Treacy.

Acerca de los autores

Paul Tipler nació en la pequeña ciudad agrícola de Antigo, Wisconsin, en 1933. Realizó sus estudios medios en Oshkosh, Wisconsin, en donde su padre era superintendente de las Escuelas Públicas. Recibió el título de Bachelor of Science en la Universidad de Purdue en 1955 y obtuvo su Ph.D. en la Universidad de Illinois, en donde estudió la estructura del núcleo. Impartió la enseñanza durante un año en la Wesleyan University de Connecticut mientras redactaba su tesis. Después se trasladó a la Universidad de Oakland en Michigan, donde fue uno de los primeros miembros del Departamento de Física, y desempeñó un papel importante en el desarrollo de los planes de estudio. Durante los siguientes 20 años, enseñó casi todas las disciplinas de la física y escribió la primera y segunda ediciones de sus ampliamente difundidos textos *Física Moderna* (1969, 1978) y *Física* (1976, 1982). En 1982, se mudó a Berkeley, California, donde ahora reside y donde escribió *Física preuniversitaria* (1987) y la tercera edición de *Física* (1991). Además de la física, sus aficiones incluyen la música, excursionismo y camping. Es un excelente pianista de jazz y un buen jugador de póker.



Gene Mosca nació en la ciudad de Nueva York y se crió en Shelter Island, en el Estado de Nueva York. Estudió en la Universidad de Villanova, en la Universidad de Michigan y en la Universidad de Vermont, donde obtuvo su Ph.D. en física. Recientemente jubilado, Gene Mosca ha sido profesor en la U.S. Naval Academy, donde fue el impulsor de numerosas mejoras en la enseñanza de la Física, tanto en los laboratorios como en las aulas. Proclamado por Paul Tipler como "el mejor crítico que he tenido", Mosca se ha convertido en coautor del libro a partir de su quinta edición.



PARTE I MECÁNICA



CAPÍTULO 1

EN UNA PLAYA HAY DEMASIADOS GRANOS DE ARENA PARA CONTARLOS UNO POR UNO, PERO SE PUEDE OBTENER EL NÚMERO APROXIMADO POR MEDIO DE HIPÓTESIS RAZONABLES Y CÁLCULOS SENCILLOS. *(Corbis.)*

Medida y vectores

? ¿Cuántos granos de arena hay en su playa favorita?
(Véase el ejemplo 17.)

La humanidad siempre ha sentido curiosidad por el mundo que le rodea. Como demuestran los primeros documentos gráficos, siempre hemos buscado el modo de imponer orden en la enmarañada diversidad de los sucesos observados, el color del cielo, el cambio del sonido de un coche cuando pasa, el balanceo de un árbol, la salida y la puesta del Sol, el vuelo de un ave o de un avión. Esta búsqueda para entender ha adoptado distintas formas: una es la religión, otra es el arte y otra es la ciencia. Aunque el vocablo *ciencia* viene del latín y significa "saber", la ciencia no sólo es saber sino, especialmente, comprensión del mundo natural. La Física pretende describir los fundamentos del universo y cómo funciona. Es la ciencia de la materia y de la energía, del espacio y del tiempo.

Como toda ciencia, la Física se estructura de una forma específica y racional. Los físicos construyen, prueban y relacionan modelos con el objetivo de describir, explicar y predecir la realidad. Este proceso comporta elaborar hipótesis, llevar a cabo repetidamente experimentos y observaciones y, en consecuencia, elaborar nuevas hipótesis. El resultado final es un conjunto de principios fundamentales y de leyes que describen el mundo. Estas leyes y principios se aplican tanto a fenómenos exó-

ticos como los agujeros negros, la energía oscura y partículas con nombres tan peculiares como leptoquarks o bosones como a la vida cotidiana. Como veremos, hay innumerables cuestiones de nuestro entorno cotidiano que pueden explicarse con un conocimiento básico de física. ¿Por qué el cielo es azul? ¿Por qué los astronautas flotan en el espacio? ¿Cómo funcionan los reproductores de discos compactos? ¿Por qué un oboe suena distinto de una flauta? ¿Por qué un helicóptero debe tener dos rotores? ¿Por qué los objetos metálicos parecen más fríos que los objetos de madera a igual temperatura? ¿Por qué los relojes que se mueven van más lentos?

En este libro, aplicaremos los principios de la física para contestar estas y otras cuestiones. Estudiaremos los temas clásicos de la física, la mecánica, el sonido, la luz, el calor, la electricidad, el magnetismo, la física atómica y nuclear. También aprenderemos algunas técnicas útiles para la resolución de problemas. En este proceso esperamos que el lector tome conciencia de la importancia de la física y aprecie toda su belleza.

En este capítulo, empezaremos a prepararnos estudiando algunos conceptos previos que se necesitan para el estudio de la física. Examinaremos brevemente la naturaleza de la física, estableceremos algunas definiciones básicas, introduciremos los sistemas de unidades y aprenderemos a usarlos y presentaremos una introducción a la matemática de los vectores. También trataremos de la exactitud de las medidas, las cifras significativas y las estimaciones.

1.1 LA NATURALEZA DE LA FÍSICA

El vocablo *física* procede del griego y significa el conocimiento del mundo natural. Por lo tanto, no nos ha de sorprender que los primeros esfuerzos registrados por el ser humano para reunir sistemáticamente el conocimiento sobre el movimiento de los cuerpos procedan de la antigua Grecia. En la filosofía natural establecida por Aristóteles (384–322 a.C.), las explicaciones de los fenómenos físicos se deducían de hipótesis sobre el mundo y no de la experimentación. Por ejemplo, una hipótesis fundamental afirmaba que toda sustancia tenía un “lugar natural” en el universo. Se estableció que el movimiento era el resultado del intento de una sustancia de alcanzar su lugar natural. El acuerdo entre las deducciones de la física aristotélica y los movimientos observados en el universo físico, y la falta de una tradición experimental que derrocase la física antigua, hizo que el punto de vista de los griegos fuera aceptado durante casi dos mil años. Fue el científico italiano Galileo Galilei (1564–1642) quien, con sus brillantes experimentos sobre el movimiento, estableció para siempre la absoluta necesidad de la experimentación en la física e inició la desintegración de la física de Aristóteles. Unos cien años después, Isaac Newton generalizó los resultados experimentales de Galileo en sus tres leyes fundamentales del movimiento, y el reino de la filosofía natural de Aristóteles se extinguió.

Durante los siguientes doscientos años la experimentación aportó innumerables descubrimientos y surgieron nuevas preguntas. Se descubrieron los fenómenos térmicos y eléctricos, y algunos relacionados con la expansión y la compresión de los gases. Estos descubrimientos y las nuevas preguntas que planteaban inspiraron el desarrollo de nuevos modelos para su explicación. A finales del siglo XIX, las leyes de Newton referentes a los movimientos de los sistemas mecánicos se asociaron a las igualmente impresionantes leyes de James Maxwell, James Joule, Sadi Carnot y otros científicos, para describir el electromagnetismo y la termodinámica. Los temas que ocuparon a los físicos durante la última parte del siglo XIX —mecánica, luz, calor, sonido, electricidad y magnetismo— constituyen lo que se denomina *física clásica*. Dado que necesitamos la física clásica para comprender el mundo macroscópico donde vivimos, le dedicaremos las partes I a V de este libro.

El notable éxito alcanzado por la física clásica llevó a muchos científicos al convencimiento de que la descripción del universo físico se había completado. Sin embargo, el descubrimiento de los rayos X realizado por Wilhelm Roentgen en 1895 y el de la radiactividad por Antoine Becquerel y Marie y Pierre Curie poco

después parecían estar fuera del marco de la física clásica. La teoría de la relatividad especial propuesta por Albert Einstein en 1905 contradecía las ideas de espacio y tiempo de Galileo y Newton. En el mismo año, Einstein sugirió que la energía luminosa estaba cuantizada; es decir, que la luz se propaga en paquetes discretos de energía y no en forma ondulatoria y continua como suponía la física clásica. La generalización de esta idea a la cuantización de todos los tipos de energía es un concepto fundamental de la mecánica cuántica, con sorprendentes e importantes consecuencias. La aplicación de la relatividad especial y, particularmente, la teoría cuántica a sistemas microscópicos, tales como átomos, moléculas y núcleos, ha conducido a una comprensión detallada de sólidos, líquidos y gases, y constituye lo que generalmente se denomina *física moderna*, a la que dedicamos la parte VI de este texto.

Comenzaremos nuestro estudio de la física con los temas clásicos. Sin embargo, de vez en cuando elevaremos nuestra mirada para analizar la relación entre la física clásica y la física moderna. Así, por ejemplo, en el capítulo 2 dedicaremos un espacio a las velocidades próximas a la de la luz, atravesando brevemente el universo relativista imaginado primeramente por Einstein. Igualmente, después de abordar la conservación de la energía en el capítulo 7, trataremos de la cuantización de la energía y de la famosa relación de Einstein entre la masa y la energía, $E = mc^2$. Unos capítulos más adelante, en el capítulo R, estudiaremos la naturaleza del espacio y del tiempo, tal como fue desvelada por Einstein en 1905.

1.2 UNIDADES

Las leyes de la Física expresan relaciones entre magnitudes físicas. Las **magnitudes físicas** son números que se obtienen a partir de medir fenómenos físicos. Por ejemplo, las páginas que ocupa este libro, el tiempo que se necesita para leer un párrafo o la temperatura de la clase son magnitudes físicas.

La medida de toda magnitud física exige compararla con cierto valor unitario de la misma. Así, para medir la distancia entre dos puntos, la comparamos con una unidad estándar de distancia tal como el metro. La afirmación de que una cierta distancia es de 25 metros significa que equivale a 25 veces la longitud de la unidad metro; es decir, una regla métrica patrón se ajusta 25 veces en dicha distancia. Es importante añadir la unidad metros junto con el número 25 al expresar una distancia debido a que existen otras unidades de longitud de uso común. Decir que una distancia es 25 carece de significado. Toda magnitud física debe expresarse con una cifra y una unidad.

! Cuando se usa una cifra para determinar una magnitud física, el número debe ir acompañado siempre de una unidad.

Algunas de las magnitudes físicas más básicas, como el tiempo, la distancia y la masa, se definen mediante los procesos que las miden. Una magnitud física se define frecuentemente de **forma operacional**, es decir, de una forma que define la magnitud física mediante el procedimiento que debe realizarse para medirla. Otras magnitudes físicas se definen haciendo explícito el procedimiento de cálculo a partir de las magnitudes fundamentales. La velocidad de un cuerpo, por ejemplo, se calcula dividiendo la distancia por el tiempo invertido en recorrerla. Muchas de las magnitudes físicas que se estudiarán, como la velocidad, la fuerza, el momento, el trabajo, la energía y la potencia, pueden expresarse en función de tres magnitudes fundamentales: la longitud, el tiempo y la masa. En consecuencia, basta con pocas magnitudes básicas para poder expresar todas las demás magnitudes físicas. La elección de las unidades estándar para expresar estas magnitudes fundamentales determina un sistema de unidades.

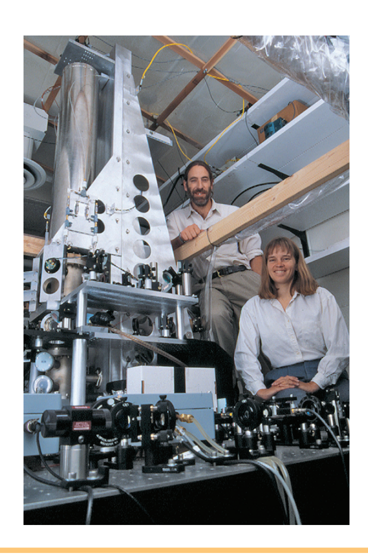


El reloj de agua usado para medir intervalos de tiempo durante el siglo XIII. *(The Granger Collection.)*

EL SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES

En física es importante usar un conjunto consistente de unidades. En el año 1960 un comité internacional estableció un conjunto estándar para la comunidad científica, denominado SI (a partir de Système International). En este sistema hay siete magnitudes fundamentales: longitud, masa, tiempo, intensidad eléctrica, tempera-

tura termodinámica, cantidad de sustancia e intensidad luminosa. Cada magnitud fundamental tiene su unidad. Para el tiempo es el segundo, para la longitud el metro y para la masa el kilogramo. Más adelante, cuando estudiemos la termodinámica y la electricidad, necesitaremos usar la unidad fundamental en el SI para la temperatura (el kelvin, K), para la cantidad de sustancia (el mol) y para la intensidad de corriente eléctrica (el ampere, A). La séptima unidad fundamental es la candela (cd) que determina la intensidad luminosa, aunque no tendremos ocasión de utilizarla en este libro. Las definiciones completas de las unidades del SI se dan en el Apéndice A donde se incluyen, además, otras unidades que se usan habitualmente en función de las unidades fundamentales.



Reloj de una fuente de cesio junto a los diseñadores del prototipo, Steve Jefferts y Dawn Meekhof. *(© 1999 Geoffrey Wheeler.)*

Tiempo La unidad de tiempo, el **segundo** (s), se definió originalmente en función de la rotación de la Tierra, de modo que correspondía a $(1/60)(1/60)(1/24)$ del día solar medio. Sin embargo, los científicos han advertido que el periodo de rotación de la Tierra varía continuamente. Actualmente, el segundo se define en función de una frecuencia característica asociada con el átomo de cesio. Todos los átomos, después de absorber energía, emiten luz con longitudes de onda y frecuencias características del elemento considerado. Existe una frecuencia y una longitud de onda particulares asociadas a cada transición energética dentro del átomo de un elemento y todas las experiencias manifiestan que estas magnitudes son constantes. El segundo se define de modo que la frecuencia de la luz emitida en una determinada transición del cesio es de 9 192 631 770 por segundo.

Longitud La unidad patrón de longitud es el **metro** (m), que estaba definida originalmente de modo que la distancia entre el Ecuador y el polo Norte a lo largo del meridiano que pasa por París fuese igual a diez millones de metros (figura 1.1). La distancia resultó difícil de medir con exactitud. Por lo tanto, en 1899 se definió como la distancia comprendida entre dos rayas grabadas sobre una barra de una aleación de platino e iridio que se guarda a una temperatura determinada. Con el tiempo, también se vio que la precisión de este estándar era insuficiente y se adoptaron nuevas definiciones del metro patrón. Actualmente, la definición del metro utiliza la velocidad de la luz en el vacío, que se define como 299 792 458 m/s. El metro, por tanto, es la distancia que recorre la luz en el vacío durante 1/299 792 458 segundos. Con estas definiciones, las unidades de longitud y de tiempo son accesibles a cualquier laboratorio del mundo.

Polo norte

París

Ecuador

10^7 m

FIGURA 1.1 El patrón de longitud, el metro, se escogió originalmente de modo que la distancia del Ecuador al polo Norte a lo largo del meridiano que pasa por París fuese 10^7 m.

Masa La unidad de masa, el **kilogramo** (kg), se definió como la masa de un litro de agua a 4 ºC. (El volumen de un litro es el mismo que el de un cubo de 10 cm de arista.) Al igual que los patrones de tiempo y de longitud, la definición de kilogramo ha cambiado, y ahora se define como la masa de un cilindro de una aleación específica de platino e iridio. Este cilindro, denominado masa patrón, se conserva en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas en Sèvres, Francia. Un duplicado se guarda en el National Institute of Standards and Technology (NIST) en Gaithersburg, Maryland (EE.UU.). Estudiaremos con más detalle el concepto de masa en el capítulo 4. Como veremos, el peso de un objeto en un punto determinado de la Tierra es proporcional a su masa. Así, las masas de tamaño ordinario pueden compararse a partir de su peso.



La masa patrón es la masa de un cilindro de una aleación específica de iridio y platino que está guardado en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas en Sèvres, Francia. *(© BIPM; www.bipm.org.)*

Tabla 1.1 Prefijos de las potencias de 10*

Múltiplo	Prefijo	Abreviatura
10^{18}	exa	E
10^{15}	peta	P
10^{12}	tera	T
10^{9}	giga	G
10^{6}	mega	M
10^{3}	kilo	k
10^{2}	hecto	h
10^{1}	deca	da
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	mili	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	atto	a

* Los prefijos hecto (h), deca (da) y deci (d) no son múltiplos de 10^3 ó 10^{-3} y se utilizan con poca frecuencia. El otro prefijo que no es múltiplo de 10^3 ó 10^{-3} es centi (c). Los prefijos que se usan con más frecuencia en este libro se escriben en rojo. Obsérvese que todos los símbolos de prefijos múltiplos de 10^6 y superiores se escriben en mayúsculas; las demás se escriben con minúsculas.

PREFIJOS

Muchas veces es necesario trabajar con medidas que son mucho más pequeñas o mucho mayores que la unidad estándar del SI. En estas situaciones, se pueden usar otras unidades que son múltiplos o submúltiplos (potencias de 10) de las unidades SI estándar. Estas unidades se expresan mediante un prefijo como, por ejemplo, el prefijo "kilo" que significa 1000, o 10^3, o el prefijo "micro" que significa 0,000 001, o 10^{-6}. En la tabla 1.1 se relacionan los prefijos de los múltiplos y submúltiplos más corrientes de las unidades del SI. Los prefijos pueden aplicarse a cualquier unidad del SI; por ejemplo, 0,001 segundos es un milisegundo (ms); 1 000 000 watts es un megawatt (MW).

PROBLEMA PRÁCTICO 1.1

Use los prefijos para describir: (*a*) el retraso de la señal al propagarse por el cable de la televisión por cable que es de 0,000 000 3 segundos o (*b*) la longitud de la circunferencia de un meridiano terrestre que es de 40 000 000 metros.

OTROS SISTEMAS DE UNIDADES

Además del SI, en determinadas circunstancias se usan otros sistemas de unidades. Uno de estos sistemas es el *sistema cgs*, basado en el centímetro, el gramo y el segundo. Otras unidades cgs son la dina (unidad de fuerza) y el erg (unidad de energía).

Existen otros sistemas de unidades como el sistema técnico inglés utilizado en los EE.UU. y otros países de habla inglesa, en el que se toma el pie como unidad de longitud, el segundo como unidad de tiempo y la libra como unidad funda-

mental de fuerza. En el capítulo 4, veremos que la masa es una elección mejor que la fuerza como unidad fundamental, por tratarse de una propiedad intrínseca de un objeto que es independiente de su localización. Actualmente, el sistema técnico inglés se define en base a las unidades del SI.

1.3 CONVERSIÓN DE UNIDADES

Cuando se usan distintos sistemas de unidades es importante saber cómo convertir magnitudes expresadas en una unidad de un sistema en unidades de otro sistema. Cuando estas magnitudes se suman, se multiplican o se dividen en una ecuación algebraica, las unidades pueden tratarse como cualquier otra magnitud algebraica. Por ejemplo, supongamos que deseamos hallar la distancia recorrida en 3 horas (h) por un coche que se mueve con una velocidad constante de 80 kilómetros por hora (km/h). La distancia x es precisamente la velocidad v multiplicada por el tiempo t:

$$x = vt = \frac{80\ \text{km}}{\cancel{\text{h}}} \times 3\ \cancel{\text{h}} = 240\ \text{km}$$

Eliminamos la unidad de tiempo, la hora, igual que haríamos con cualquier otra magnitud algebraica para obtener la distancia en la unidad de longitud correspondiente, el kilómetro. Este método permite fácilmente pasar de una unidad de distancia a otra. A continuación, supongamos que queremos convertir los kilómetros (km) en millas (mi). Teniendo en cuenta que 1 mi = 1,609 km (véase el apéndice A). Si dividimos los dos miembros de esta igualdad por 1,609 km se obtiene

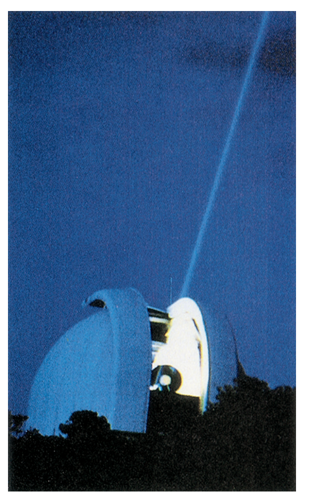
$$\frac{1\ \text{mi}}{1{,}609\ \text{km}} = 1$$

Obsérvese que el factor anterior es una fracción igual a 1. El factor (1 mi)/(1,609 km) se denomina **factor de conversión**. Todos los factores de conversión tienen el valor de 1 y se utilizan para pasar una magnitud expresada en una unidad de medida a su equivalente en otra unidad de medida.

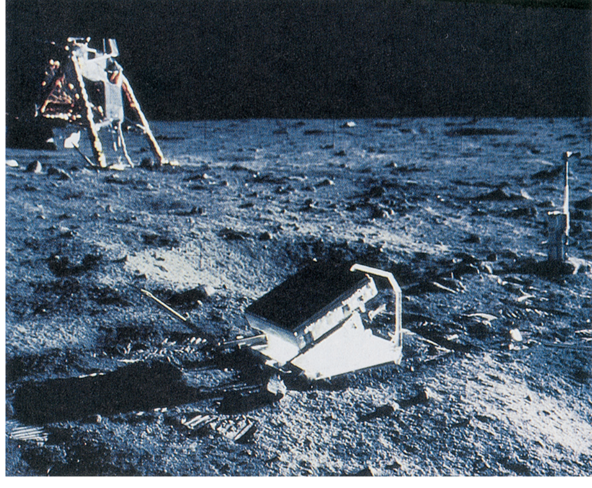
$$240\ \text{km} = 240\ \cancel{\text{km}} \times \frac{1\ \text{mi}}{1{,}609\ \cancel{\text{km}}} = 149\ \text{mi}$$

Escribiendo de forma explícita las unidades, no es necesario pensar si hay que multiplicar o dividir por 1,609 para pasar de kilómetros a millas, ya que las unidades indican si hemos escogido el factor correcto o el incorrecto.

! Si las unidades de una cantidad y el factor de conversión no se simplifican para dar las unidades deseadas, significa que la conversión no se ha realizado correctamente.



(*a*)



(*b*)

(*a*) Haces de láser emitidos desde el Observatorio Macdonald para medir la distancia hasta la Luna. Esta distancia se mide con un error de pocos centímetros midiendo el tiempo transcurrido en el viaje de ida y vuelta del rayo láser a la Luna después de reflejarse en un espejo (*b*) allí emplazado por los astronautas del *Apolo* 14. *(a, McDonald Observatory; b, Bruce Coleman).*

Ejemplo 1.1 Uso de los factores de conversión

Un empleado de una empresa con sede en Estados Unidos ha de viajar, por encargo de su empresa, a un país donde las señales de tráfico muestran la distancia en kilómetros y los velocímetros de los coches están calibrados en kilómetros por hora. Si con su vehículo viaja a 90 km por hora, ¿a cuánto equivale su velocidad expresada en metros por segundo y en millas por hora?

PLANTEAMIENTO Utilizaremos el hecho de que 1000 m = 1 km, 60 s = 1 min y 60 min = 1 h para convertir los kilómetros por hora en metros por segundo. Se multiplica la magnitud 90 km/h por una serie de factores de conversión de valor 1 de modo que el valor de la velocidad no varía. Para convertir la velocidad en millas por hora, se utiliza el factor de conversión (1 mi)/(1,609 km) = 1.

SOLUCIÓN

1. Multiplicar 90 km/h por los factores de conversión que transforman los kilómetros en metros y las horas en segundos:

$$\frac{90\ \cancel{\text{km}}}{\text{h}} \times \frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\ \text{s}} \times \frac{1000\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{km}}} = \boxed{25\ \text{m/s}}$$

2. Multiplicar 90 km/h por 1 mi/1,61 km:

$$\frac{90\ \cancel{\text{km}}}{\text{h}} \times \frac{1\ \text{mi}}{1{,}609\ \cancel{\text{km}}} = \boxed{56\ \text{mi/h}}$$

COMPROBACIÓN Verificar que las unidades, al final de cada paso, son las correctas. Si no se han tenido en cuenta los factores de conversión de forma correcta, por ejemplo si se multiplica por 1 km/1000 m en vez de por 1000 m/1 km, las unidades al final no son las correctas.

OBSERVACIÓN El primer paso puede simplificarse sustituyendo 1 h/3600 s por 1h/3,6 ks y eliminando los prefijos en ks y km. Es decir

$$\frac{90\ \text{km}}{\cancel{\text{h}}} \times \frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3{,}6\ \text{ks}} = \boxed{25\ \text{m/s}}$$

Eliminar estos prefijos equivale a dividir el numerador y el denominador por 1000.

Puede resultar útil memorizar los resultados de este ejemplo, ya que puede facilitar la conversión de velocidades habituales rápidamente

$$25\ \text{m/s} = 90\ \text{km/h} \approx (60\ \text{mi/h})$$

Conocer estos valores puede ser útil para convertir de forma más rápida las velocidades a unidades con las que esté más familiarizado.



(Eunice Harris/Photo Researchers.)

1.4 DIMENSIONES DE LAS MAGNITUDES FÍSICAS

Dar un valor de una magnitud física comporta dar un número y la unidad en que está expresado. La unidad indica el estándar que se usa para la medida y la cifra nos muestra la comparación con una cantidad estándar. No obstante, para saber lo que se está midiendo hay que conocer la dimensión de la magnitud física. La longitud, el tiempo y la masa son dimensiones. La distancia entre dos objetos tiene dimensiones de longitud y expresamos esta relación como $[d]$= L, donde $[d]$ representa la dimensión de la distancia d y L es la dimensión de la longitud. Todas las dimensiones se representan con una letra mayúscula; así, T y M representan, respectivamente, las dimensiones del tiempo y de la masa. Las dimensiones de muchas magnitudes físicas pueden expresarse en función de estas tres dimensiones fundamentales. Por ejemplo, el área A de una superficie. Puesto que el área es el producto de dos longitudes, se dice que tiene dimensiones de longitud por longitud, o longitud al cuadrado, que suele escribirse $[A] = \text{L}^2$. En esta ecuación, $[A]$ representa la dimensión de A, y L es la dimensión de la longitud. La velocidad tiene dimensiones de longitud dividida por tiempo o L/T. Las dimensiones de otras magnitudes, tales como fuerza o energía, se escriben en función de las magnitudes fundamentales longitud, tiempo y masa. La suma de dos magnitudes físicas sólo tiene sentido si ambas tienen las mismas di-

mensiones. Por ejemplo, no podemos sumar un área a una velocidad y obtener una suma que signifique algo. Si tenemos una ecuación como

$$A = B + C$$

las magnitudes A, B y C deben tener las tres las mismas dimensiones. La suma de B y C exige que las dos magnitudes estén además expresadas en las mismas unidades. Por ejemplo, si B es un área de 500 cm^2 y C es 4 m^2, debemos convertir B en m^2 o C en cm^2 para hallar la suma de las dos áreas.

A veces pueden detectarse errores en un cálculo comprobando las dimensiones y unidades de las magnitudes que intervienen en él. Supóngase, por ejemplo, que estamos utilizando erróneamente la fórmula $A = 2\pi r$ para el área de un círculo. Veremos inmediatamente que esto no puede ser correcto, ya que $2\pi r$, tiene dimensiones de longitud, mientras que el área tiene dimensiones de longitud al cuadrado.

! La coherencia dimensional es una condición necesaria, pero no suficiente, para que una ecuación sea correcta. Al expresar el área de un círculo el análisis dimensional no indicará si la expresión correcta es πr^2 o $2\pi r^2$. (La expresión correcta es πr^2.)

Ejemplo 1.2 Las dimensiones físicas de la presión

La presión de un fluido en movimiento depende de su densidad ρ y de su velocidad v. Determinar una combinación sencilla de densidad y velocidad que nos dé las dimensiones correctas de la presión.

PLANTEAMIENTO En la tabla 1.2 se ve que la presión tiene dimensiones de $M/(LT^2)$, la densidad es M/L^3 y la velocidad L/T. Además, se observa que tanto la presión como la densidad tienen unidades de masa en el numerador, mientras que la velocidad no contiene la dimensión M. Por lo tanto, tenemos que multiplicar o dividir dimensiones de densidad y dimensiones de velocidad para obtener la masa en las dimensiones de la presión. Para determinar con exactitud la relación comenzaremos dividiendo las unidades de presión por las de densidad e inspeccionemos el resultado con respecto a las dimensiones de la velocidad.

SOLUCIÓN

1. Se dividen las unidades de presión por las de densidad:

$$\frac{[P]}{[\rho]} = \frac{M/LT^2}{M/L^3} = \frac{L^2}{T^2}$$

2. El resultado tiene dimensiones de v^2. Las dimensiones de la presión son las mismas que las de densidad multiplicadas por las de velocidad al cuadrado:

$$[P] = [\rho][v^2] = \frac{M}{L^3} \times \left(\frac{L}{T}\right)^2 = \frac{M}{L^3} \times \frac{L^2}{T^2} = \boxed{\frac{M}{LT^2}}$$

COMPROBACIÓN Dividir las dimensiones de la presión por las dimensiones de la velocidad al cuadrado y el resultado tiene dimensiones de densidad $[P]/[v^2] = (M/LT^2)/(L^2/T^2) = M/L^3 = [\rho]$.

1.5 CIFRAS SIGNIFICATIVAS Y ÓRDENES DE MAGNITUD

Muchos de los números que se manejan en la ciencia son el resultado de una medida y, por lo tanto, sólo se conocen con cierta incertidumbre experimental. La magnitud de esta incertidumbre, que depende de la habilidad del científico y del aparato utilizado, frecuentemente sólo puede estimarse. Se suele dar una indicación aproximada de la incertidumbre de una medida mediante el número de dígitos que se utilizan. Por ejemplo, si decimos que la longitud de una mesa es 2,50 m, queremos indicar que probablemente su longitud se encuentra entre 2,495 m y 2,505 m; es decir, conocemos su longitud con una exactitud aproximada de ±0,005 m = ±0,5 cm de la longitud establecida. Si utilizamos un metro en el que se puede apreciar el milímetro y medimos esta misma longitud de la mesa cuidadosamente, podemos estimar que hemos medido la longitud con una precisión de ±0,5 mm, en lugar de ±0,5 cm. Indicamos esta precisión utilizando cuatro dígitos, como por ejemplo, 2,503 m, para expresar la longitud. Recibe el nombre de **cifra significativa** todo dígito (exceptuando el cero cuando

Tabla 1.2 Dimensiones de las magnitudes físicas

Magnitud	Símbolo	Dimensión
Área	A	L^2
Volumen	V	L^3
Velocidad	v	L/T
Aceleración	a	L/T^2
Fuerza	F	ML/T^2
Presión (F/A)	p	M/LT^2
Densidad (M/V)	ρ	M/L^3
Energía	E	ML^2/T^2
Potencia (E/T)	P	ML^2/T^3

se utiliza para situar el punto decimal) cuyo valor se conoce con seguridad. El número 2,50 tiene tres cifras significativas; 2,503 tiene cuatro. El número 0,00103 tiene tres cifras significativas. (Los tres primeros ceros no son cifras significativas, ya que simplemente sitúan la coma decimal.) En notación científica, este número se escribiría como $1{,}03 \times 10^{-3}$. Un error muy común entre los estudiantes, particularmente desde que se ha generalizado el uso de calculadoras de bolsillo, es arrastrar en el cálculo muchos más dígitos de los que en realidad se requieren.

Supongamos, por ejemplo, que medimos el área de un campo de juego circular midiendo el radio en pasos y utilizando la fórmula del área $A = \pi r^2$. Si estimamos que la longitud del radio es 8 m y utilizamos una calculadora de 10 dígitos para determinar el valor del área, obtenemos $\pi(8\text{ m})^2 = 201{,}0619298\text{ m}^2$. Los dígitos situados detrás del punto decimal no sólo dificultan el cálculo sino que inducen a confusión respecto a la exactitud con la que conocemos el área. Una regla general válida cuando se manejan diferentes números en una operación de multiplicación o división es:

> El número de cifras significativas del resultado de una multiplicación o división no debe ser mayor que el menor número de cifras significativas de cualesquiera de los factores.

En el ejemplo anterior sólo se conoce una cifra significativa del radio; por lo tanto, sólo se conoce una cifra significativa del área. Esta se debe expresar como $2 \times 10^2\text{ m}^2$, lo que implica que el área está comprendida entre 150 m^2 y 250 m^2.

La precisión de la suma o resta de dos medidas depende de la precisión menor de estas medidas. Una regla general es:

> El resultado de la suma o resta de dos números carece de cifras significativas más allá de la última cifra decimal en que ambos números originales tienen cifras significativas.



COMPROBACIÓN CONCEPTUAL 1.1

¿Cuántas cifras significativas tiene el número 0,010 457?

! Los valores exactos tienen un número ilimitado de cifras significativas. Por ejemplo, un valor obtenido tras contar mesas no tiene incertidumbre, es un resultado exacto. Además, el factor de conversión 1 m/100 cm es un valor exacto porque 1 m es exactamente igual a 100 cm.

! Cuando trabajamos con números con incertidumbres debemos asegurarnos de no incluir más dígitos de los que incluye la precisión de las medidas.

Ejemplo 1.3 Cifras significativas

Determinar la resta de 1,040 de 1,21342.

PLANTEAMIENTO El primer número, 1,040, tiene sólo tres cifras significativas tras la coma decimal, mientras que el segundo, 0,21342, tiene cinco. De acuerdo con la regla anterior, la suma sólo puede tener tres cifras significativas después de la coma decimal.

SOLUCIÓN

Restar los números manteniendo sólo 3 dígitos más allá de la coma decimal: $1{,}213\,42 - 1{,}040 = 0{,}173\,\cancel{42} = \boxed{0{,}173}$

COMPROBACIÓN La respuesta no puede tener una precisión mayor que la cifra menos precisa de la operación, es decir, 1,040 y, por lo tanto, la respuesta tiene, más allá de la coma, tres cifras significativas.

OBSERVACIÓN En este ejemplo, los números tienen cuatro y seis cifras significativas, pero la diferencia tiene sólo tres. La mayoría de los ejemplos y ejercicios de este libro tienen dos, tres o, excepcionalmente, cuatro cifras significativas.

PROBLEMA PRÁCTICO 1.2 Aplicar la regla apropiada para determinar el número de cifras significativas en las operaciones: (*a*) $1{,}58 \times 0{,}03$, (*b*) $1{,}4 + 2{,}53$, (*c*) $2{,}456 - 2{,}453$.

NOTACIÓN CIENTÍFICA

El manejo de números muy grandes o muy pequeños se simplifica utilizando la notación científica. En esta notación, el número se escribe como el producto de un número entre 1 y 10 y una potencia de 10, por ejemplo 10^2 (= 100) ó 10^3 (= 1000). Por ejemplo, el número 12 000 000 se escribe $1{,}2 \times 10^7$; la distancia entre la Tierra y el Sol, 150 000 000 000 m, aproximadamente, se escribe $1{,}5 \times 10^{11}$ m, donde hemos supuesto que ninguno de los ceros que sigue al cinco es una cifra significativa. Si alguno de los ceros que sigue al cinco fuera significativo escribiríamos el número

como $1{,}500 \times 10^{11}$ m. El número 11 en 10^{11} se llama **exponente**. Cuando los números son menores que 1, el exponente es negativo. Por ejemplo, $0{,}1 = 10^{-1}$, y $0{,}0001 = 10^{-4}$. El diámetro de un virus es, aproximadamente, igual a $0{,}000\,000\,01$ m $= 1 \times 10^{-8}$ m. Observemos que al escribir los números de esta forma se identifican claramente las cifras significativas. Por ejemplo, en $1{,}5 \times 10^{11}$ m hay sólo dos cifras significativas (el 1 y el 5).



Véase el
Apéndice de matemáticas
para más información sobre
Potencias

PROBLEMA PRÁCTICO 1.3
Aplicar la regla apropiada para las cifras significativas y calcular $2{,}34 \times 10^2 + 4{,}93$.

Utilice la siguiente estrategia de resolución de problemas para hacer cálculos con notación científica.

ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Notación científica

PLANTEAMIENTO Si las cifras de un determinado cálculo son muy grandes o muy pequeñas, es conveniente escribirlas en notación científica. Esta notación permite determinar fácilmente el número de cifras significativas que tiene una cantidad y hace más fácil llevar a cabo los cálculos.

SOLUCIÓN Use las siguientes recomendaciones para resolver problemas con notación científica.

1. Al multiplicar dos números con notación científica, los exponentes se suman; en la división, se restan. Estas reglas pueden comprobarse fácilmente en los siguientes ejemplos:

   Ejemplo: $10^2 \times 10^3 = 100 \times 1000 = 100\,000 = 10^5$

   Ejemplo: $\dfrac{10^2}{10^3} = \dfrac{100}{1000} = \dfrac{1}{10} = 10^{-1}$

2. En la notación científica, 10^0 se define como 1. En efecto, dividamos por ejemplo 1000 por sí mismo. Resulta

   Ejemplo: $\dfrac{1000}{1000} = \dfrac{10^3}{10^3} = 10^{3-3} = 10^0 = 1$

3. Vaya con cuidado al sumar o restar números en notación científica si los exponentes no coinciden

   Ejemplo: $(1{,}200 \times 10^2) + (8 \times 10^{-1}) = 120{,}0 + 0{,}8 = 120{,}8$

4. Para hacer el cálculo anterior sin convertir las cifras a la forma decimal hay que reescribirlas de forma que tengan el mismo exponente

   Ejemplo: $(1200 \times 10^{-1}) + (8 \times 10^{-1}) = 1208 \times 10^{-1} = 120{,}8$

5. Cuando se eleva una potencia a otra potencia los exponentes se multiplican

   Ejemplo: $(10^2)^4 = 10^2 \times 10^2 \times 10^2 \times 10^2 = 10^8$

COMPROBACIÓN Al convertir a notación científica cifras inferiores a uno asegúrese que el exponente sea negativo. Compruebe con atención cuándo los exponentes se suman, se restan o se multiplican, ya que si se realiza la operación equivocada se obtiene una respuesta incorrecta a nivel de potencias de 10.

OBSERVACIÓN Al resolver un problema evite introducir en la calculadora resultados intermedios; es preferible conservar estos resultados en la memoria de la calculadora. Cuando se tengan que introducir los resultados intermedios en la calculadora, añada uno o dos dígitos más (no significativos). Esta técnica sirve para minimizar errores de redondeo.

! Todos los exponentes son adimensionales y no tienen unidades.

Ejemplo 1.4 ¿Cuánta agua?

Un litro (L) es el volumen de un cubo de 10 cm × 10 cm × 10 cm. Si una persona bebe 1 L de agua, ¿qué volumen en centímetros cúbicos y en metros cúbicos ocupará este líquido en su estómago?

PLANTEAMIENTO El volumen de un cubo de lado ℓ es $V = \ell^3$. El volumen en cm^3 se determina directamente a partir de $\ell = 10$ cm. Para determinar el volumen en m^3 hay que transformar los cm^3 en m^3 utilizando el factor de conversión 1 cm $= 10^{-2}$ m.

SOLUCIÓN

1. Calcular el volumen en cm^3:

$$V = \ell^3 = (10\text{ cm})^3 = 1000\text{ cm}^3 = \boxed{10^3\text{ cm}^3}$$

2. Convertir a m^3:

$$10^3\text{ cm}^3 = 10^3\text{ cm}^3 \times \left(\frac{10^{-2}\text{ m}}{1\text{ cm}}\right)^3$$

El factor de conversión (igual a 1) puede elevarse a la tercera potencia sin modificar su valor, permitiéndonos cancelar las unidades implicadas.

$$= 10^3\text{ cm}^3 \times \frac{10^{-6}\text{ m}^3}{1\text{ cm}^3} = \boxed{10^{-3}\text{ m}^3}$$

COMPROBACIÓN Obsérvese que las respuestas se dan en m^3 y en cm^3. Estas respuestas son consistentes con el hecho de que el volumen es una longitud elevada al cubo. Obsérvese también que 10^3 es mayor que 10^{-3}, lo cual es consistente con que el metro es mayor que el centímetro.

Ejemplo 1.5 Recuento de átomos

En 12 g de carbono existen $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}$ átomos de esta sustancia (número de Avogadro). Si contáramos un átomo por segundo, ¿cuánto tiempo tardaríamos en contar los átomos de 1 g de carbono? Expresar el resultado en años.

PLANTEAMIENTO Necesitamos determinar el número total de átomos, N, que hemos de contar y tener en cuenta que el número contado es igual a la tasa de recuento R multiplicada por el tiempo t.

SOLUCIÓN

1. El tiempo es igual al número total de átomos N dividido por la tasa de recuento $R = 1$ átomo/s:

$$N = Rt$$

2. Determinar el número de átomos de carbono en 1 g:

$$N = \frac{6{,}02 \times 10^{23}\text{ átomos}}{12{,}0\text{ g}} = 5{,}02 \times 10^{22}\text{ átomos}$$

3. Calcular el número de segundos necesarios para contar los átomos si contamos 1 por segundo:

$$t = \frac{N}{R} = \frac{5{,}02 \times 10^{22}\text{ átomos}}{1\text{ átomo/s}} = 5{,}02 \times 10^{22}\text{ s}$$

4. Calcular el número de segundos que contiene un año:

$$n = \frac{365\text{ d̸}}{1{,}00\text{ a}} \times \frac{24\text{ h̸}}{1\text{ d̸}} \times \frac{3600\text{ s}}{1\text{ h̸}} = 3{,}15 \times 10^7\text{ s/a}$$

5. Utilizar el factor de conversión $3{,}15 \times 10^7$ s/a (una magnitud que conviene recordar) y convertir la respuesta del paso 3 en años:

$$t = 5{,}02 \times 10^{22}\text{ s} \times \frac{1{,}00\text{ a}}{3{,}15 \times 10^7\text{ s}}$$

$$= \frac{5{,}02}{3{,}15} \times 10^{22-7}\text{ a} = \boxed{1{,}59 \times 10^{15}\text{ a}}$$

COMPROBACIÓN La respuesta puede verificarse estimando que si se necesitan aproximadamente 10^{22} segundos para contar los átomos en un gramo de carbono y un año son unos 10^7 segundos, se necesitarían $10^{22}/10^7 = 10^{15}$ años.

OBSERVACIÓN El tiempo requerido es, aproximadamente, 100 000 veces la edad del universo.

PROBLEMA PRÁCTICO 1.4 Si dividiéramos esta tarea de modo que cada persona contase átomos diferentes, ¿cuántos años tardaría un equipo formado por 5000 millones (5×10^9) de personas para contar los átomos que contiene 1 g de carbono?

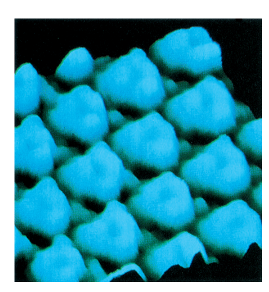
Tabla 1.3 El universo por órdenes de magnitud

Tamaño o distancia	(m)	Masa	(kg)	Intervalo de tiempo	(s)
Protón	10^{-15}	Electrón	10^{-30}	Tiempo invertido por la luz en atravesar un núcleo	10^{-23}
Átomo	10^{-10}	Protón	10^{-27}	Periodo de la radiación de luz visible	10^{-15}
Virus	10^{-7}	Aminoácido	10^{-25}	Periodo de las microondas	10^{-10}
Ameba gigante	10^{-4}	Hemoglobina	10^{-22}	Periodo de semidesintegración de un muón	10^{-6}
Nuez	10^{-2}	Virus de la gripe	10^{-19}	Periodo del sonido audible más alto	10^{-4}
Ser humano	10^{0}	Ameba gigante	10^{-8}	Periodo de las pulsaciones del corazón humano	10^{0}
Montaña más alta	10^{4}	Gota de lluvia	10^{-6}	Periodo de semidesintegración de un neutrón libre	10^{3}
Tierra	10^{7}	Hormiga	10^{-4}	Periodo de rotación terrestre	10^{3}
Sol	10^{9}	Ser humano	10^{2}	Periodo de revolución terrestre alrededor del Sol	10^{7}
Distancia Tierra-Sol	10^{11}	Cohete espacial Saturno 5	10^{6}		
Sistema solar	10^{13}	Pirámide	10^{10}	Vida media de un ser humano	10^{9}
Distancia de la estrella más cercana	10^{16}	Tierra	10^{24}	Periodo de semidesintegración del plutonio 239	10^{12}
		Sol	10^{30}	Vida media de una cordillera	10^{15}
Galaxia Vía Láctea	10^{21}	Galaxia Vía Láctea	10^{41}	Edad de la Tierra	10^{17}
Universo visible	10^{26}	Universo	10^{52}	Edad del universo	10^{18}

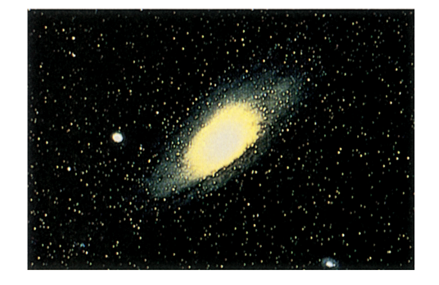
ORDEN DE MAGNITUD

Cuando se realizan cálculos aproximados o comparaciones se suele redondear un número hasta la potencia de 10 más próxima. Tal número recibe el nombre de **orden de magnitud**. Por ejemplo, la altura de un pequeño insecto, digamos un hormiga, puede ser 8×10^{-4} m ó, aproximadamente, 10^{-3} m. Diremos que el orden de magnitud de la altura de una hormiga es de 10^{-3} m. De igual modo, como la altura de la mayoría de las personas se encuentra próxima a 2 m, podemos redondear este número y decir que el orden de magnitud de la altura de una persona es $h \sim 10^0$, donde el símbolo $\sim$ significa "es del orden de magnitud de". Esto no quiere decir que la altura típica de una persona sea realmente de 1 m, sino que está más próxima a 1 m que a 10 m ó $10^{-1} = 0{,}1$ m. Podemos decir que una persona típica es tres órdenes de magnitud más alta que una hormiga típica, queriendo decir con esto que el cociente entre las alturas es, aproximadamente, igual a 10^3 (relación 1000 a 1). Un orden de magnitud no proporciona cifras que se conozcan con precisión; es decir, debemos considerar que no tiene cifras significativas. La tabla 1.3 especifica los valores de los órdenes de magnitud de algunas longitudes, masas y tiempos relacionados con la Física.

En muchos casos, el orden de magnitud de una cantidad puede estimarse mediante hipótesis razonables y cálculos simples. El físico Enrico Fermi era un maestro en el cálculo de respuestas aproximadas a cuestiones ingeniosas que parecían a primera vista imposibles de resolver por la limitada información disponible. El siguiente es un ejemplo de problema de Fermi.



Moléculas de benceno del orden de 10^{-10} m de diámetro, vistas mediante un microscopio electrónico de barrido. *(IBM Research, Almaden Research Center.)*



El diámetro de la galaxia Andrómeda es del orden de 10^{21} m. *(Smithsonian Institution.)*

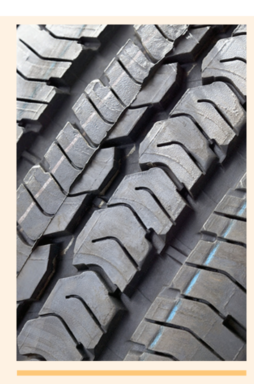


Distancias familiares en nuestro mundo cotidiano. La altura de la muchacha es del orden de 10^0 m y la de la montaña de 10^4 m. *(Kent and Donnan Dannon/Photo Researchers.)*

Ejemplo 1.6 Desgaste de los neumáticos

¿Qué espesor de la banda de caucho de un neumático de automóvil se ha desgastado en un recorrido de 1 km?

PLANTEAMIENTO Supongamos que el espesor de la banda de un neumático nuevo es de 1 cm. Quizás varíe en un factor de 2, pero desde luego no es 1 mm, ni tampoco 10 cm. Como los neumáticos deben reemplazarse cada 60 000 km, podemos admitir que la banda está gastada completamente después de recorrer esta distancia, es decir, que su espesor disminuye a razón de 1 cm cada 60 000 km.



(Corbis.)

SOLUCIÓN

Utilizar la estimación de desgaste de 1 cm por cada 60 000 km de recorrido para calcular la disminución de espesor en 1 km:

$$\frac{\text{desgaste de 1 cm}}{60\,000 \text{ km recorrido}} = \frac{\text{desgaste de } 1{,}7 \times 10^{-5} \text{ cm}}{1 \text{ km recorrido}}$$

$$\approx \boxed{2 \times 10^{-7} \text{ m de desgaste por km recorrido}}$$

COMPROBACIÓN Si se multiplica $1{,}7 \times 10^{-5}$ cm/km por 60 000 km se obtiene, aproximadamente, 1 cm, que es el espesor de la banda de un neumático nuevo.

OBSERVACIÓN El diámetro de los átomos es de unos 2×10^{-10} m. Así, el grosor desgastado por cada kilómetro de recorrido es equivalente a 1000 diámetros atómicos.

Ejemplo 1.7 ¿Cuántos granos de arena hay en una playa? *Póngalo en su contexto*

Para evitar caer en la somnolencia durante una clase después de un día cargado de actividades, no hay nada mejor que este reto que propone un profesor de física a sus alumnos consistente en estimar cuántos granos de arena hay en una playa.

PLANTEAMIENTO Primero tenemos que plantearnos qué características asumimos que tiene la playa y su arena. Suponemos que la playa ocupa una zona de forma rectangular de 500 m de largo, 100 de ancho y que la arena tiene unos 3 m de profundidad. Una búsqueda intensa mediante Internet nos lleva a estimar que los granos de arena tienen diámetros que oscilan entre 0,04 mm y 2 mm, pero en nuestro problema consideramos que los granos de arena son esferas con un diámetro medio de 1 mm. Por otra parte, suponemos que los granos están tan juntos entre ellos, que el volumen del espacio entre ellos es despreciable comparado con el volumen de la arena.

(Corbis.)

SOLUCIÓN

1. El volumen V_B de la playa es igual al número N de granos por el volumen de un grano V_G:

$$V_B = NV_G$$

2. Usando la fórmula del volumen de una esfera, se calcula el volumen de un grano de arena:

$$V_G = \frac{4}{3}\pi R^3$$

3. Se despeja el número de granos. En nuestro cálculo los números tienen una cifra significativa únicamente, por lo que la respuesta también viene expresada con esta precisión:

$$V_B = NV_G = N\frac{4}{3}\pi R^3$$

por lo tanto

$$N = \frac{3V_B}{4\pi R^3} = \frac{3(500 \text{ m})(100 \text{ m})(3 \text{ m})}{4\pi(0{,}5 \times 10^{-3} \text{ m})^3} = 2{,}9 \times 10^{14} \approx \boxed{3 \times 10^{14}}$$

COMPROBACIÓN Para comprobar la respuesta, divídase el volumen de la playa por el número de granos que se ha calculado. El resultado es $1{,}5 \times 10^5 \text{ m}^3/3 \times 10^{14}$ granos $= 5 \times 10^{-10} \text{ m}^3$/grano. Este resultado coincide con el volumen estimado de un grano de arena o $\frac{4}{3}\pi(0{,}5 \times 10^{-3})^3$.

OBSERVACIÓN Una forma de determinar el volumen del espacio entre los granos consiste en llenar un recipiente de un litro con arena seca. Una vez lleno echar agua en el recipiente hasta que la arena esté saturada de agua. Si suponemos que con 100 cm³ de agua la arena del recipiente se satura, el volumen real de la arena es de 900 cm³. Por lo tanto, hemos sobreestimado el número de granos de la playa. Teniendo en cuenta que la arena ocupa el 90% del volumen de su contenedor, en la playa hay un 90% de los granos calculados en el paso 3 de la solución del problema.

EJERCICIO PRÁCTICO 1.5 ¿Cuántos granos de arena hay en una playa que ocupa una zona de 2 km de longitud y de 500 m de anchura? *Suponer que la arena ocupa un espesor de 3,00 m y que el diámetro medio de los granos de arena es de 1,0 mm.*

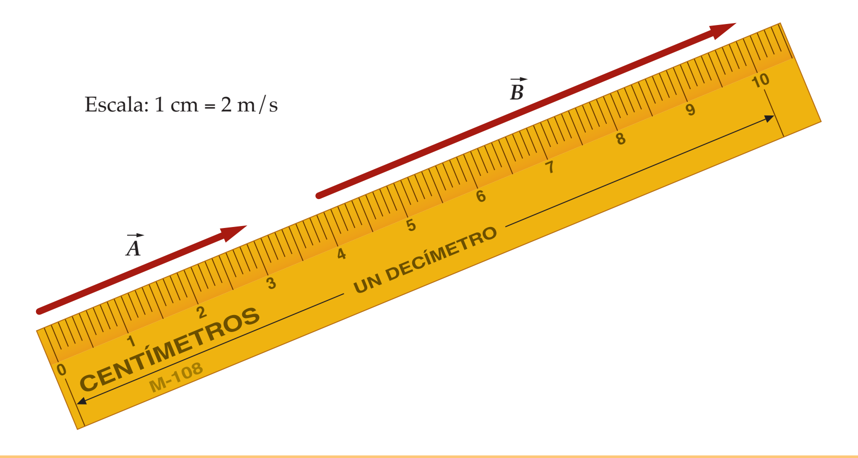


FIGURA 1.2 Los vectores velocidad $\vec{A}$ y $\vec{B}$ tienen módulos de 6 m/s y 12 m/s, respectivamente. Las flechas que los representan están dibujadas usando una escala de 1 cm = 2 m/s, por lo que las flechas tienen longitudes de 3 y 6 cm, respectivamente.

1.6 VECTORES

Si un objeto se mueve siguiendo una línea recta, su movimiento queda descrito por la distancia que recorre o por la velocidad con que lo hace, e indicando si lo hace de derecha a izquierda o de izquierda a derecha de un punto de referencia, el origen. Pero cuando seguimos el movimiento en dos o tres dimensiones de un objeto para indicar la dirección, necesitamos algo más que simplemente un signo. Las magnitudes que tienen módulo y dirección, como la velocidad, la aceleración y la fuerza se denominan **vectores**. Aquellas magnitudes que no tienen dirección asociada, como la masa, el volumen y el tiempo, se denominan **escalares**.

Gráficamente representamos un vector usando una flecha. La longitud de la flecha, dibujada a escala, indica el módulo de la magnitud vectorial. La dirección de la flecha indica la dirección de la magnitud vectorial. En la figura 1.2 se muestra, por ejemplo, la representación gráfica de dos vectores velocidad, en la que un vector tiene el módulo doble del otro. Designaremos los vectores con letras negritas, como en $\vec{A}$. El módulo de $\vec{A}$ se escribe $|\vec{A}|$, $\|\vec{A}\|$, o simplemente A. En los vectores de la figura 1.2, $A = |\vec{A}| = 6$ m/s y $B = |\vec{B}| = 12$ m/s.

! Cuando se trabaja con vectores hay que incluir siempre una flecha sobre la letra para indicar que se trata de un vector. Una letra sin la flecha representa el módulo de la magnitud vectorial. Observése que el módulo de un vector nunca puede ser negativo.

1.7 PROPIEDADES GENERALES DE LOS VECTORES

Al igual que las magnitudes escalares, los vectores pueden sumarse, sustraerse y multiplicarse. Sin embargo, la tarea de manipular vectores algebraicamente requiere también tener en consideración su dirección. En esta sección, se examinan algunas de las propiedades generales de los vectores y cómo se trabaja con ellos (la multiplicación de dos vectores se tendrá en cuenta en los capítulos 6 y 9). A lo largo de la mayor parte de esta sección se consideran vectores desplazamiento, es decir, los vectores que representan un cambio en la posición, porque son los vectores más básicos. No obstante, estas propiedades no son exclusivas de los vectores desplazamiento sino que se aplican a todos los vectores.

DEFINICIONES BÁSICAS

Si un objeto se mueve desde A a B, tal como se muestra en la figura 1.3*a*, representamos su movimiento mediante una flecha que va desde A a B. La longitud de la flecha representa la distancia entre los dos puntos y la dirección de la flecha representa la dirección de A a B. El vector desplazamiento es un segmento de línea recta que une la posición inicial A con la posición final B y que representa el cambio en

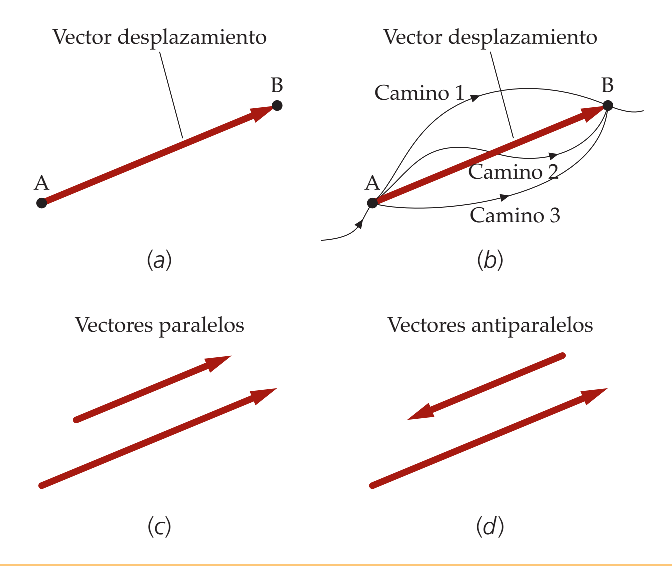


FIGURA 1.3 (*a*) Vector desplazamiento desde el punto A al punto B; (*b*) el mismo vector desplazamiento con tres caminos diferentes; (*c*) el mismo vector desplazamiento junto a un segundo vector desplazamiento paralelo pero de distinta longitud; (*d*) el mismo vector desplazamiento junto a un vector que es antiparalelo y que tiene distinta longitud.

FIGURA 1.4 Los vectores son iguales si sus módulos y direcciones son los mismos. Todos los vectores de esta figura son iguales.

la posición de un objeto, aunque no representa el camino real que el objeto sigue. Por ejemplo, en la figura 1.3*b*, el mismo vector desplazamiento corresponde a los tres caminos distintos 1, 2 y 3 que unen el punto A con el B.

Si, tal como se muestra en la figura 1.3c, dos vectores desplazamiento tienen la misma dirección, son **paralelos**. Por el contrario, si tienen direcciones opuestas (figura 1.3*d*) son **antiparalelos**. Si dos vectores tienen el mismo módulo y la misma dirección se dice que son iguales. Gráficamente, esto significa que tienen la misma longitud y que son paralelos entre sí. Un vector puede dibujarse en distintos puntos siempre y cuando se dibuje con el módulo (la longitud) correcto y la dirección adecuada. Así, todos los vectores de la figura 1.4 son iguales. Si trasladamos o giramos el sistema de coordenadas, todos los vectores de la figura 1.4 permanecen iguales. Un *sistema de coordenadas* está formado por dos o tres ejes coordenados perpendiculares entre sí. Por tanto, un vector no depende del sistema de coordenadas utilizado para su representación (excepto los vectores de posición, que introduciremos en el capítulo 3).

FIGURA 1.5

SUMA Y SUSTRACCIÓN DE VECTORES

Supongamos que vamos de excursión a un bosque y que la figura 1.5 muestra nuestra trayectoria cuando nos movemos desde el punto P_1 hasta un segundo punto P_2 y luego a un tercer punto P_3. El desplazamiento de P_1 a P_2 viene representado por el vector $\vec{A}$ y el desplazamiento de P_2 a P_3 por $\vec{B}$. Obsérvese que el vector desplazamiento depende sólo de los puntos extremos y no de la trayectoria real que seguimos. El desplazamiento resultante de P_1 a P_3, llamado $\vec{C}$ es la suma de los dos desplazamientos sucesivos $\vec{A}$ y $\vec{B}$:

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} \qquad 1.1$$

La suma de los dos vectores se denomina suma, el **vector suma**, o la **resultante**.

El signo + en la ecuación 1.1 se refiere al proceso denominado adición de vectores. Determinamos la suma geométricamente, ya que se tienen en cuenta tanto el módulo como la dirección de los vectores. Dos vectores desplazamiento se suman gráficamente situando el origen de uno en el extremo del otro (figura 1.6). El vector resultante se extiende desde el origen del primer vector al extremo final del segundo. Este método para la suma de vectores se denomina "**uno a continuación del otro**".

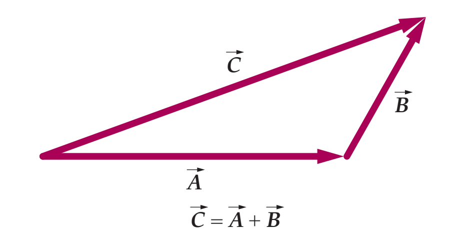


FIGURA 1.6 Método para la suma de vectores que consiste en situar los dos vectores uno a continuación del otro.

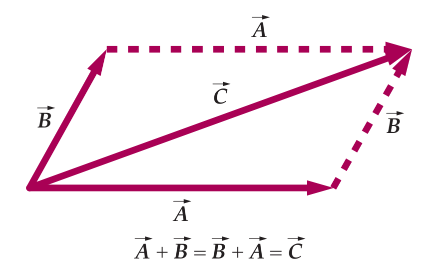
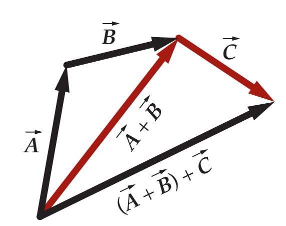
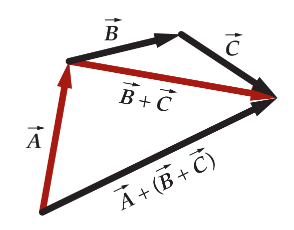


FIGURA 1.7 Método del paralelogramo para la suma de vectores.





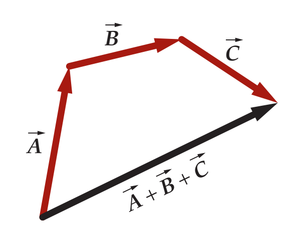


FIGURA 1.8 La suma de vectores es asociativa $(\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C})$.

Una forma equivalente de sumar vectores es el llamado **método del paralelogramo**, que consiste en desplazar $\vec{B}$ hasta que coincida su origen con el de $\vec{A}$ (figura 1.7). La diagonal del paralelogramo formado por $\vec{A}$ y $\vec{B}$ es igual a $\vec{C}$. Como puede verse en la figura 1.7, no existe diferencia en el orden en que sumemos los vectores; es decir, $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$. Por lo tanto, la suma de vectores obedece la propiedad conmutativa.

La suma de más de dos vectores, por ejemplo $\vec{A}$, $\vec{B}$, y $\vec{C}$, se lleva a cabo sumando primero dos de ellos (figura 1.8) y sumando el resultado al tercero. El orden en que se agrupan los vectores para sumarlos no importa, ya que la suma de vectores es asociativa, es decir, $(\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C})$.

Si los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ tienen el mismo módulo pero tienen la dirección opuesta, el vector $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ es un vector de módulo cero. Esto se puede demostrar utilizando el método geométrico para construir gráficamente el vector suma $\vec{A} + \vec{B}$. Cualquier vector de módulo cero se denomina vector $\vec{\mathbf{0}}$. No tiene sentido hablar de la dirección de un vector de módulo cero, por lo que a lo largo de este libro no hablaremos ni usaremos notación vectorial para el vector cero. Por lo tanto, si $\vec{A} + \vec{B} = 0$, $\vec{B} = -\vec{A}$, y viceversa, donde el negativo de $\vec{A}$ se escribe como $-\vec{A}$. Por tanto, ambos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ son uno el negativo del otro sólo si tienen el mismo módulo y direcciones opuestas.

La sustracción del vector $\vec{B}$ del $\vec{A}$, consiste en sumar a $\vec{A}$ el negativo de $\vec{B}$. El resultado es $\vec{C} = \vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$ (figura 1.10a). Un método alternativo de sustraer $\vec{B}$ de $\vec{A}$ consiste en sumar $\vec{B}$ a los dos lados de la ecuación $\vec{C} = \vec{A} + (-\vec{B})$ con lo que se obtiene $\vec{B} + \vec{C} = \vec{A}$, y gráficamente sumar $\vec{B}$ con $\vec{C}$. Para ello, se dibuja $\vec{A}$ y $\vec{B}$ de modo que coincida su origen y luego se dibuja $\vec{C}$ del extremo de $\vec{B}$ al de $\vec{A}$.

! Obsérvese que C no es igual a $A + B$ a menos que $\vec{A}$ y $\vec{B}$ estén en la misma dirección. Es decir, $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ no implica que $C = A + B$.

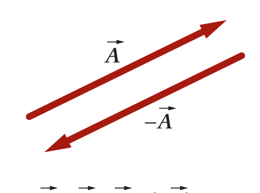


FIGURA 1.9

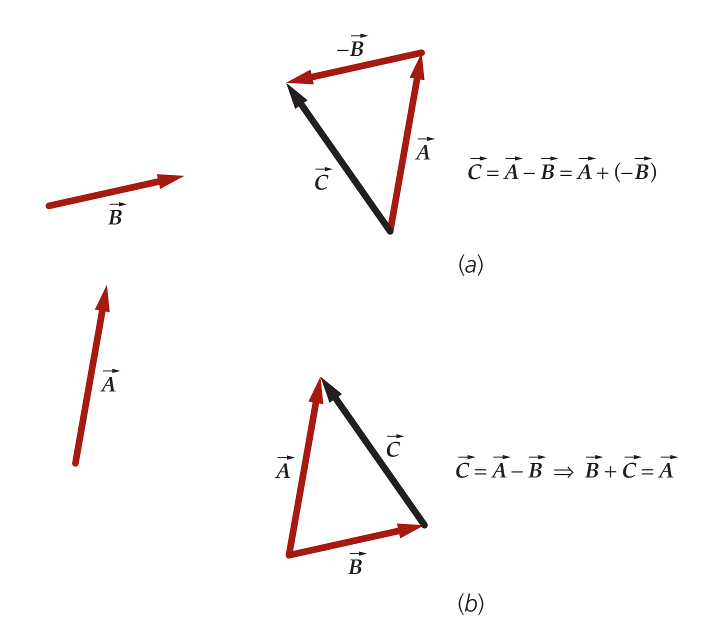


FIGURA 1.10 Formas alternativas de restar vectores. Sea $\vec{C} = \vec{A} - \vec{B}$. (*a*) Para obtener $\vec{C}$, sumamos $-\vec{B}$ a $\vec{A}$. (*b*) Primero dibujamos $\vec{A}$ y $\vec{B}$ con sus orígenes unidos. $\vec{C}$ es el vector que sumamos a $\vec{B}$ para obtener $\vec{A}$.

Ejemplo 1.8 Desplazamiento *Conceptual*

Una persona se mueve 3 km hacia el este y luego 4 km hacia el norte. ¿Cuál es el desplazamiento resultante?

PLANTEAMIENTO El desplazamiento de la persona es el vector que va desde la posición inicial a la posición final. Para encontrar el desplazamiento resultante, se suman gráficamente los dos vectores desplazamiento. Para dibujar la resultante con exactitud, usamos una escala tal que 1 cm corresponda a un desplazamiento de 1 km.

SOLUCIÓN

1. Sean $\vec{A}$ y $\vec{B}$ los desplazamientos de 3,00 km hacia el este y de 4,00 km hacia el norte, respectivamente, y sea $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$. Dibuje $\vec{A}$ y $\vec{B}$ con el origen de $\vec{B}$ en el extremo de $\vec{A}$, como se muestra en la figura 1.11. Usar la escala 1 cm = 1 km e incluir los ejes que señalan al norte y al este.
2. Determinar el módulo y la dirección de $\vec{C}$ usando el dibujo, teniendo en cuenta la escala 1 cm = 1 km, y un transportador.

   La flecha que representa a $\vec{C}$ mide 5,00 cm, por lo que el módulo de $\vec{C}$ es de 5,00 km. La dirección de $\vec{C}$ es, aproximadamente, de 53° al nordeste.

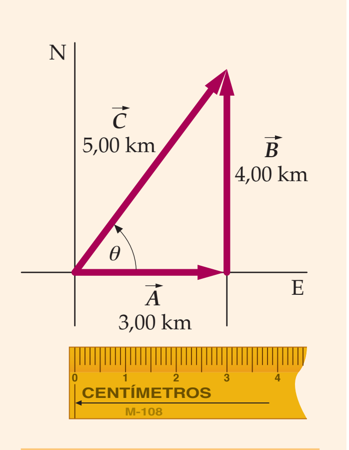


FIGURA 1.11

COMPROBACIÓN La distancia recorrida es 3,00 km + 4,00 km = 7,00 km y el módulo del desplazamiento neto es de 5 km. Este resultado es consistente con la frase "la distancia más corta entre dos puntos es la línea recta". Igualmente, si nos movemos 3 km hacia el este y después 4 km hacia el norte es de esperar que estemos más de 45° al norte de nuestro punto de partida.

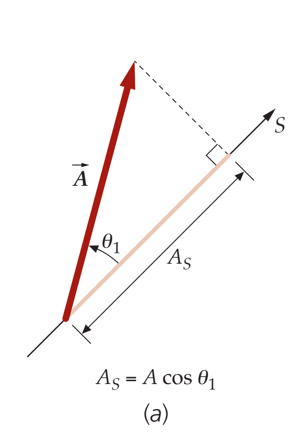
OBSERVACIÓN Un vector viene descrito por su módulo y dirección. En este ejemplo el desplazamiento resultante es un vector de longitud 5 km en una dirección 53,1° al norte del este.

PRODUCTO DE UN VECTOR POR UN ESCALAR

La expresión $3\vec{A}$, donde $\vec{A}$ es un vector arbitrario, corresponde a la suma $\vec{A} + \vec{A} + \vec{A}$, es decir, $\vec{A} + \vec{A} + \vec{A} = 3\vec{A}$. Un vector $\vec{A}$ multiplicado por un escalar s es el vector $\vec{B} = s\vec{A}$, que tiene de módulo $|s|A$ y es paralelo a $\vec{A}$ si s es positivo, y antiparalelo a $\vec{A}$ si s es negativo. Las dimensiones de sA son las de s multiplicadas por las de $\vec{A}$. (Además, dividir $\vec{A}$ por un escalar s equivale a multiplicar $\vec{A}$ por $1/s$.)

COMPONENTES DE UN VECTOR

La suma y la resta algebraica de vectores se lleva a cabo expresando los vectores en función de sus componentes. La **componente** de un vector a lo largo de una línea en el espacio es la longitud de la proyección del vector sobre dicha línea. Se obtiene trazando una línea perpendicular a la línea desde el extremo o flecha de un vector, como indica la figura 1.12. Cuando se determinan las componentes x, y y z de un



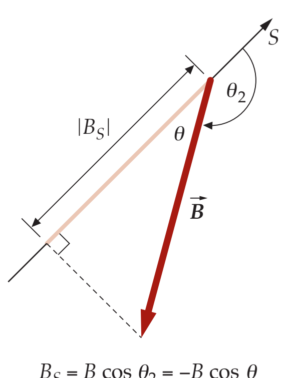


FIGURA 1.12 La componente de un vector en una dirección especificada es igual al módulo del vector multiplicado por el coseno del ángulo entre la dirección del vector y la dirección especificada. La componente del vector $\vec{A}$ en la dirección positiva de S es A_s siendo A_s positiva. La componente del vector $\vec{B}$ en la dirección positiva de S es B_s siendo B_s negativa.

vector se dice que se **descompone el vector** en sus componentes. Las componentes de un vector a lo largo de las direcciones *x*, *y* y *z*, ilustradas en la figura 1.13 para un vector en el plano *xy*, se denominan componentes rectangulares o cartesianas. Obsérvese que las componentes de un vector dependen del sistema de coordenadas utilizado para su representación, aunque el mismo vector no dependa de ello.

Para determinar las componentes de un vector usamos los triángulos rectángulos (véase la figura 1.13). Si θ es el ángulo comprendido entre $\vec{A}$ y el eje *x*, resulta

$$A_x = A\cos\theta \qquad 1.2$$

COMPONENTE *x* DE UN VECTOR

y

$$A_y = A\,\mathrm{sen}\,\theta \qquad 1.3$$

COMPONENTE *y* DE UN VECTOR

donde *A* es el módulo del vector $\vec{A}$.

Si conocemos A_x y A_y, podemos obtener el ángulo θ a partir de

$$\mathrm{tg}\,\theta = \frac{A_y}{A_x} \qquad \theta = \mathrm{arctg}\,\frac{A_y}{A_x} \qquad 1.4$$

y el módulo *A* a partir del teorema de Pitágoras:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \qquad 1.5a$$

En tres dimensiones

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} \qquad 1.5b$$

Las componentes pueden ser positivas o negativas. La componente *x* de un vector es positiva si cuando nos movemos del origen hacia el extremo la coordenada *x* del vector aumenta. Por ejemplo, si $\vec{A}$ apunta en la dirección positiva de *x*, A_x es positiva y si $\vec{A}$ apunta en la dirección negativa de *x*, A_x es negativa.

Obsérvese que en la ecuación 1.4 la función inversa arctg no tiene un valor único. Este aspecto se practica en el ejemplo 1.9.

PROBLEMA PRÁCTICO 1.6

Un coche recorre 20,0 km en dirección 30° noroeste. Se supone que el eje *x* apunta al este y el eje *y* al norte, como en la figura 1.14. Determinar las componentes *x* e *y* del vector desplazamiento del coche.

Cuando ya hemos expresado un vector en sus componentes, podemos manipular cada una de ellas individualmente. Consideremos dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ en el plano *xy*. Las componentes rectangulares de cada vector y las de la suma $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ se muestran en la figura 1.15. Como puede verse, la ecuación vectorial $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ es equivalente a las dos ecuaciones de las componentes:

$$C_x = A_x + B_x \qquad 1.6a$$

y

$$C_y = A_y + B_y \qquad 1.6b$$

En otras palabras, la suma de las componentes *x* es la componente *x* del vector resultante. El ángulo y el módulo del vector resultante se determinan, respectivamente, a partir de las ecuaciones 1.4 y 1.5*a*.

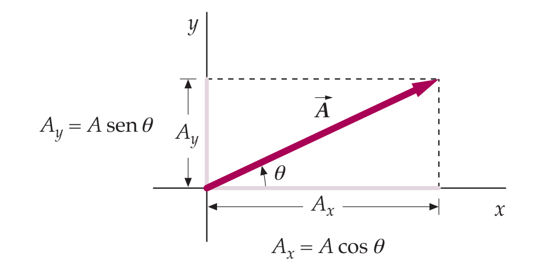


FIGURA 1.13 Componentes rectangulares de un vector. θ es el ángulo entre la dirección del vector y el sentido positivo de la dirección *x*. El ángulo comprendido entre el eje *x* y *A* es positivo si se recorre en el sentido contrario a las agujas de un reloj.

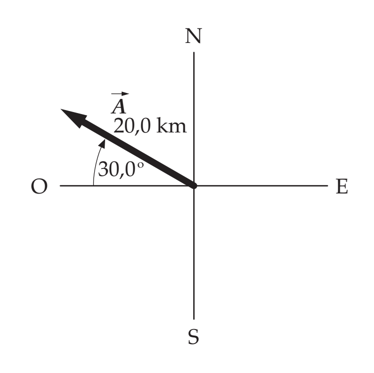


FIGURA 1.14

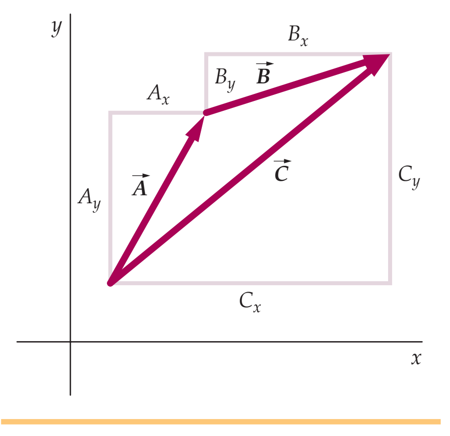


FIGURA 1.15

Ejemplo 1.9 El mapa del tesoro *Póngalo en su contexto*

Suponga que usted trabaja en un centro turístico en una isla tropical y está encargado de diseñar una actividad para los turistas de búsqueda de un tesoro. Dispone de un mapa que le indica las direcciones a seguir para enterrar un "tesoro" en un lugar determinado. Usted no desea malgastar el tiempo dando vueltas por la isla, porque quiere acabar pronto para ir a la playa y hacer surfing. Las instrucciones son ir 3,00 km en dirección hacia el nordeste con un ángulo de 60° respecto del este y después moverse 4,00 km en dirección noroeste con un ángulo de 40° respecto del oeste. ¿En qué dirección debe moverse y cuánto tendrá que caminar para cumplir su objetivo con la máxima rapidez? Determine la respuesta (*a*) gráficamente y (*b*) usando componentes vectoriales.

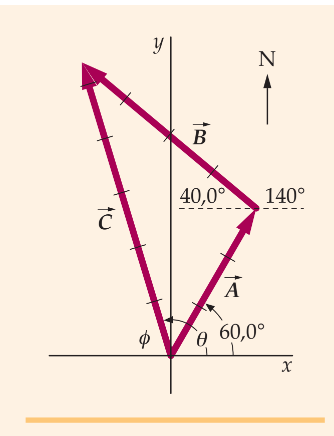


FIGURA 1.16

PLANTEAMIENTO En ambos casos hay que determinar la resultante del desplazamiento. En el apartado (*a*) use el método gráfico dibujando a escala cada uno de los desplazamientos y midiendo el desplazamiento resultante. Para el apartado (*b*) hay que descomponer cada vector en sus componentes individuales y utilizarlas para calcular el desplazamiento resultante.

SOLUCIÓN

(*a*) 1. Dibujamos el diagrama de suma de vectores a escala (figura 1.16). Primero trazamos los ejes coordenados correspondientes de modo que el eje x señale hacia el este y la dirección del eje y hacia el norte. A continuación, trazamos el primer vector desplazamiento $\vec{A}$ de 3,00 cm de largo formando un ángulo de 60° con el eje x, es decir, apuntando hacia el nordeste. Luego, a partir del extremo de $\vec{A}$ dibujamos el segundo vector $\vec{B}$ de 4,00 cm de largo, con un ángulo de 40° con la dirección oeste. (Necesitará un transportador para medir los ángulos). Finalmente, dibuje el vector resultante $\vec{C}$ uniendo el origen de $\vec{A}$ con el extremo de $\vec{B}$:

2. Determine la longitud de $\vec{C}$. Usando un transportador, mida el ángulo entre la dirección de $\vec{C}$ y la dirección -x:

$\vec{C}$ mide 5,40 cm de longitud. Por lo tanto, el módulo del desplazamiento resultante es de **5,40 km.** El ángulo entre el vector $\vec{C}$ y el eje $-x$ es, aproximadamente, de 73,2°. Por consiguiente, hay que caminar 5,40 km hacia el noroeste con un ángulo de **73,2° respecto a la dirección noroeste.**

(*b*) 1. Para resolver el problema utilizando las componentes vectoriales, sea $\vec{A}$ el primer desplazamiento y elegimos el eje x positivo en la dirección este y el eje y positivo en la dirección norte. Calculamos A_x y A_y de las ecuaciones 1.2 y 1.3:

$$A_x = (3{,}00\text{ km})\cos 60° = 1{,}50\text{ km}$$
$$A_y = (3{,}00\text{ km})\,\text{sen}\,60° = 2{,}60\text{ km}$$

2. De igual modo calculamos las componentes del segundo desplazamiento $\vec{B}$. El ángulo entre la dirección de $\vec{B}$ y la dirección $+x$ es $180{,}0° - 40{,}0° = 140°$

$$B_x = (4{,}00\text{ km})\cos 140° = -3{,}06\text{ km}$$
$$B_y = (4{,}00\text{ km})\,\text{sen}\,140° = +2{,}57\text{ km}$$

3. Las componentes del desplazamiento resultante $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ se obtienen por suma:

$$C_x = A_x + B_x = 1{,}50\text{ km} - 3{,}06\text{ km} = -1{,}56\text{ km}$$
$$C_y = A_y + B_y = 2{,}60\text{ km} + 2{,}57\text{ km} = 5{,}17\text{ km}$$

4. El teorema de Pitágoras nos permite obtener la magnitud de $\vec{C}$:

$$C^2 = C_x^2 + C_y^2 = (-1{,}56\text{ km})^2 + (5{,}17\text{ km})^2 = 29{,}2\text{ km}^2$$
$$C = \sqrt{29{,}2\text{ km}^2} = \boxed{5{,}40\text{ km}}$$

5. El cociente entre C_y y C_x es igual a la tangente del ángulo θ entre $\vec{C}$ y la dirección positiva de x. Al hacer los cálculos vaya con cuidado, ya que al valor de arctg que le devuelve la calculadora podría tener que sumarle 180°:

$$\text{tg}\,\theta = \frac{C_y}{C_x} \quad \text{por lo tanto,}$$
$$\theta = \text{arctg}\,\frac{5{,}17\text{ km}}{-1{,}56\text{ km}} = \text{arctg}(-3{,}31)$$
$$= \text{o bien } -73{,}2° \quad \text{o} \quad (-73{,}2° + 180°)$$
$$= \text{o bien } -73{,}2° \quad \text{o} \quad +107°$$

6. C_y es positiva y C_x es negativa; por lo tanto, el ángulo θ nos lleva al segundo cuadrante:

$$\theta = \boxed{107° \text{ en la dirección contraria a las agujas de un reloj}}$$
$$\phi = \boxed{73{,}2° \text{ hacia el noroeste}}$$

COMPROBACIÓN El paso 4 del apartado (*b*) da de módulo 5,40 km y el apartado 6 concluye que la dirección es de 73,2° hacia el noroeste. Estos resultados están de acuerdo con los resultados del apartado (*a*) dentro de la exactitud de nuestras medidas.

OBSERVACIÓN Para especificar un vector se necesita saber el módulo y la dirección o todas sus componentes. En este ejemplo precisamente se ha practicado como calcularlas.

VECTORES UNITARIOS

Un vector unitario es un vector sin dimensiones de módulo unidad. El vector $\hat{A} = \vec{A}/A$ es un ejemplo de vector unitario que apunta en la dirección de $\vec{A}$. Los vectores unitarios se escriben en negritas con un pequeño ángulo o acento circunflejo en su parte superior. Los vectores unitarios que apuntan en la direcciones x, y y z son adecuados para expresar los vectores en función de sus componentes rectangulares. Normalmente, se escriben $\hat{\boldsymbol{i}}$, $\hat{\boldsymbol{j}}$, y $\hat{\boldsymbol{k}}$, respectivamente. Así, el vector $A_x\hat{\boldsymbol{i}}$ tiene módulo $|A_x|$ y apunta en la dirección x positiva si A_x es positiva (o la dirección x negativa si A_x es negativa). Un vector A, en general, puede escribirse como suma de tres vectores, cada uno de ellos paralelo a un eje coordenado (figura 1.17):

$$\vec{A} = A_x\hat{\boldsymbol{i}} + A_y\hat{\boldsymbol{j}} + A_z\hat{\boldsymbol{k}} \tag{1.7}$$

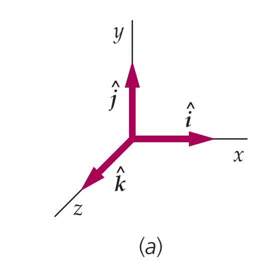
La suma de dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ puede escribirse en función de vectores unitarios en la forma

$$\begin{aligned}\vec{A} + \vec{B} &= (A_x\hat{\boldsymbol{i}} + A_y\hat{\boldsymbol{j}} + A_z\hat{\boldsymbol{k}}) + (B_x\hat{\boldsymbol{i}} + B_y\hat{\boldsymbol{j}} + B_z\hat{\boldsymbol{k}}) \\ &= (A_x + B_x)\hat{\boldsymbol{i}} + (A_y + B_y)\hat{\boldsymbol{j}} + (A_z + B_z)\hat{\boldsymbol{k}}\end{aligned} \tag{1.8}$$

Las propiedades generales de los vectores se resumen en la tabla 1.4.

PROBLEMA PRÁCTICO 1.7

Dados dos vectores $\vec{A} = (4{,}00\text{ m})\hat{\boldsymbol{i}} + (3{,}00\text{ m})\hat{\boldsymbol{j}}$ y $\vec{B} = (2{,}00\text{ m})\hat{\boldsymbol{i}} - (3{,}00\text{ m})\hat{\boldsymbol{j}}$, determinar (*a*) A, (*b*) B, (*c*) $\vec{A} + \vec{B}$, y (*d*) $\vec{A} - \vec{B}$.



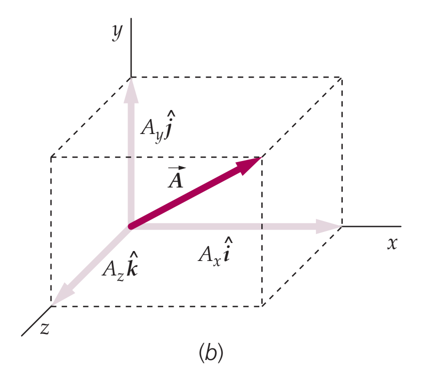
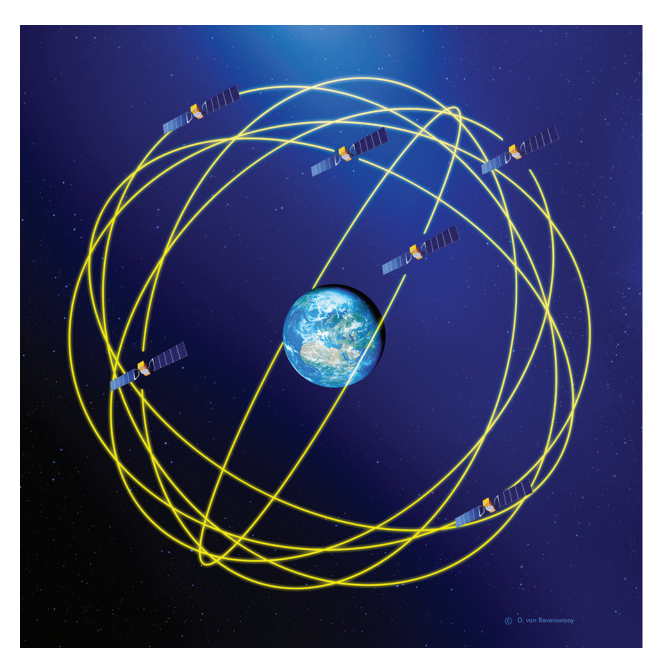


FIGURA 1.17 (*a*) Los vectores unitarios $\hat{\boldsymbol{i}}$, $\hat{\boldsymbol{j}}$, y $\hat{\boldsymbol{k}}$ en un sistema de coordenadas cartesiano (rectangular). (*b*) El vector $\vec{A}$ en función de los vectores unitarios: $\vec{A} = A_x\hat{\boldsymbol{i}} + A_y\hat{\boldsymbol{j}} + A_z\hat{\boldsymbol{k}}$.

Tabla 1.4 Propiedades de los vectores

Propiedad	Explicación	Figura	Representación de las componentes
Igualdad	$\vec{A} = \vec{B}$ si $\lvert\vec{A}\rvert = \lvert\vec{B}\rvert$ y sus direcciones y sentidos son iguales	$\vec{A}$ $\vec{B}$	$A_x = B_x$ $A_y = B_y$ $A_z = B_z$
Adición	$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$	$\vec{C}$ $\vec{B}$ $\vec{A}$	$C_x = A_x + B_x$ $C_y = A_y + B_y$ $C_z = A_z + B_z$
Negativo de un vector	$\vec{A} = -\vec{B}$ si $\lvert\vec{B}\rvert = \lvert\vec{A}\rvert$ y su sentido es opuesto	$\vec{A}$ $\vec{B}$	$A_x = -B_x$ $A_y = -B_y$ $A_z = -B_z$
Sustracción	$\vec{C} = \vec{A} - \vec{B}$	$\vec{A}$ $\vec{B}$ $\vec{C}$ $-\vec{B}$	$C_x = A_x - B_x$ $C_y = A_y - B_y$ $C_z = A_z - B_z$
Multiplicación por un escalar	$\vec{B} = s\vec{A}$ tiene el módulo $\lvert\vec{B}\rvert = \lvert s\rvert\lvert\vec{A}\rvert$ y la misma dirección que $\vec{A}$ si s es positivo o $-\vec{A}$ si s es negativo	$\vec{B}$ $\vec{A}$ $s\vec{A}$	$B_x = sA_x$ $B_y = sA_y$ $B_z = sA_z$

El año 2005: bisiesto por un segundo



El sistema de posicionamiento global, GPS, requiere que haya 24 satélites básicos en servicio al menos el 70% del tiempo. Cada satélite básico tiene una órbita con un periodo de 1/2 de un día sideral (1 día sideral = ~ 23 h 56 min) y con un radio aproximadamente igual a cuatro veces el radio terrestre. Hay 6 planos orbitales, inclinados 55° con respecto al plano ecuatorial de la Tierra, cada uno de los cuales tiene cuatro satélites básicos. Además, hay otros satélites GPS que se utilizan en órbitas de reserva cuando alguno de los satélites básicos falla. Cuando este apartado se escribió (mayo del 2006) había 29 satélites operacionales en órbita. *(Detlev Van Ravenswaay/Photo Researchers.)*

El calendario del año 2005 fue un segundo más largo de lo habitual. Ese año fue entonces bisiesto por un segundo. Este ajuste fue necesario para sincronizar dos sistemas de medir el tiempo, uno basado en la rotación de la Tierra y el otro basado en un grupo seleccionado de relojes atómicos.

A lo largo de la historia, la medida del tiempo se ha relacionado con la posición del Sol en el cielo, determinada por la rotación de la Tierra alrededor de su eje y por su movimiento de traslación alrededor del Sol. Este tiempo astronómico, denominado actualmente el Tiempo Universal (UT1), asumía que el movimiento de rotación de la Tierra es uniforme. Sin embargo, a medida que se ha dispuesto de métodos de medida más precisos se ha hecho patente que la velocidad de rotación de la Tierra presenta ligeras irregularidades, lo cual implica también que se da una cierta variabilidad en la unidad estándar de medida científica del tiempo, el segundo, definido como (1/60)(1/60)(1/24) de un día solar medio.

En 1955, el National Physical Laboratory en Gran Bretaña desarrolló el primer reloj atómico de cesio, un dispositivo que tenía una exactitud mucho mayor que cualquier otro reloj que hubiera existido antes. La medida del tiempo se convirtió en un proceso independiente de las observaciones astronómicas y, en consecuencia, se consiguió una definición de segundo mucho más precisa basada en la frecuencia de la radiación emitida durante la transición entre dos niveles de energía del átomo cesio-133. Sin embargo, el sistema más familiar UT1 sigue siendo importante para sistemas de navegación y astronómicos. Por ello, es importante que ambos sistemas de medir el tiempo se sincronicen.

Según el National Physical Laboratory, "…la solución adoptada para la sincronización ha sido construir una escala de tiempo atómica que sea la base para medir el tiempo denominada Tiempo Universal Coordinado (UTC). Esta escala combina la regularidad del tiempo atómico con la comodidad del UT1, y muchos países la han adoptado como la base legal para las medidas del tiempo."[1] La Oficina Internacional de Pesas y Medidas de Sèvres, Francia, recoge datos de un selección de laboratorios que miden el tiempo repartidos por todo el mundo para proporcionar el tiempo internacional estándar, UTC.

Cuando se dan pequeñas diferencias entre el UTC y el UT1 a causa de las fluctuaciones en la rotación de la Tierra (normalmente son retrasos), se añade un segundo para corregir el desajuste. Es un concepto similar a los años bisiestos que se usan para corregir el calendario. Efectivamente, un año no son exactamente 365 días sino 365,242 días. Para tener en cuenta el desfase producido al considerar el año de 365 días, cada cuatro años el calendario incluye un 29 de febrero.

Desde 1972, la medida del tiempo se realiza por medio de relojes atómicos, y desde entonces, en 23 ocasiones se ha añadido un segundo al tiempo UTC. Por un acuerdo internacional, se añade un segundo cuando la diferencia entre el UT1 y el UTC alcanza los 0,9 segundos. Previamente, la International Earth Rotation and Reference System (IERS) anuncia la necesidad de este cambio con unos meses de antelación.

En un año normal, el último segundo del año es el 23:59:59 UTC del 31 de diciembre, en tanto que el primer segundo del nuevo año es el 00:00:00 UTC del 1 de enero. Sin embargo, el año 2005 se añadió un segundo a la hora 23:59:59 UTC del 31 de diciembre, por lo que los relojes antes de cambiar a 00:00:00 UTC señalaron la hora 23:59:60 UTC.

[1] http://www.npl.co.uk/time/leap_second.html

Resumen

TEMA	OBSERVACIONES Y ECUACIONES RELEVANTES
1. Unidades	Las **cantidades físicas** son números que se obtienen a partir de medidas de los objetos físicos. También se pueden definir de forma práctica a partir de operaciones y procedimientos que, si se siguen, las determinan sin ambigüedad.
2. Unidades fundamentales	Las unidades fundamentales del Sistema Internacional (SI) son el metro (m), el segundo (s), el kilogramo (kg), el kelvin (K), el ampere (A), el mol (mol) y la candela (cd). Las unidades de cualquier magnitud física se pueden expresar en función de estas unidades fundamentales.
3. Las unidades en las ecuaciones	Las unidades en las ecuaciones se tratan de igual modo que cualquier otra magnitud algebraica.
4. Conversión	Los **factores de conversión**, que son siempre igual a 1, proporcionan un método adecuado para convertir un tipo de unidad en otra.
5. Dimensiones	Los dos miembros de una ecuación deben tener las mismas dimensiones.
6. Notación científica	Por conveniencia, los números muy grandes y muy pequeños se escriben por medio de un factor que multiplica a una potencia de 10.
7. Exponentes	
Multiplicación	Al multiplicar dos números en notación científica, los exponentes se suman.
División	Al dividir dos números en notación científica, los exponentes se restan.
Potencia	Cuando un número que contiene un exponente se eleva a otro exponente, los exponentes se multiplican.
8. Cifras significativas	
Multiplicación y división	El número de cifras significativas en el resultado de una multiplicación o división nunca será mayor que el menor número de cifras significativas de cualquiera de los factores.
Adición y sustracción	El resultado de la suma o resta de dos números no tiene cifras significativas más allá de la última cifra decimal en que ambos números originales tienen cifras significativas.
9. Orden de magnitud	Un número redondeado a la potencia más próxima de 10 se denomina orden de magnitud. El orden de magnitud puede estimarse mediante hipótesis razonables y cálculos simples.
10. Vectores	
Definición	Los vectores son magnitudes que tienen módulo y dirección. Se suman como los desplazamientos.
Componentes	La componente de un vector a lo largo de una línea en el espacio es su proyección sobre dicha línea. Si $\vec{A}$ forma un ángulo θ con el eje x, sus componentes x e y son $A_x = A\cos\theta$ 1.2 $A_y = A\,\mathrm{sen}\,\theta$ 1.3
Módulo	$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$ 1.5*a*
Suma gráfica de vectores	Dos vectores cualesquiera cuyos módulos poseen las mismas unidades pueden sumarse gráficamente situando la cola de la flecha que representa a uno de ellos en el extremo o cabeza del otro.
Suma de vectores mediante componentes	Si $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$, entonces $C_x = A_x + B_x$ 1.6*a* y $C_y = A_y + B_y$ 1.6*b*
Vectores unitarios	Un vector $\vec{A}$ puede escribirse en función de los vectores unitarios $\hat{i}$, $\hat{j}$, y $\hat{k}$, de módulo unidad, dirigidos a lo largo de los ejes x, y y z, respectivamente $\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$ 1.7

Respuestas a las comprobaciones conceptuales

1.1 5

Respuestas a los problemas prácticos

1.1 (*a*) 300 ns, (*b*) 40 Mm

1.2 (*a*) 0,05, (*b*) 3,9, (*c*) 0,003

1.3 $2{,}39 \times 10^2$

1.4 $3{,}2 \times 10^5$ años

1.5 $\approx 6 \times 10^{15}$

1.6 $A_x = -17{,}3$ km, $A_y = 10{,}0$ km

1.7 (*a*) $A = 5{,}00$ m, (*b*) $B = 3{,}61$ m, (*c*) $\vec{A} + \vec{B} = (6{,}00\text{ m})\hat{i}$, (*d*) $\vec{A} - \vec{B} = (2{,}00\text{ m})\hat{i} + (6{,}00\text{ m})\hat{j}$

Problemas

En algunos problemas se dan más datos de los realmente necesarios; en otros pocos, deben aportarse algunos datos a partir de conocimientos generales, fuentes externas o estimaciones lógicas.

En los datos numéricos sin coma decimal se deben considerar significativos todos los dígitos, incluidos los ceros a la derecha del último diferente de cero.

• Concepto simple, un solo paso, relativamente fácil

•• Nivel intermedio, puede exigir síntesis de conceptos

••• Desafiante, para alumnos avanzados

SSM La solución se encuentra en el *Manual de soluciones*

Los problemas consecutivos que están sombreados son problemas relacionados.

PROBLEMAS CONCEPTUALES

1 • ¿Cuál de las siguientes magnitudes físicas no es una de las fundamentales del Sistema Internacional (SI)? (*a*) Masa. (*b*) Longitud. (*c*) Energía. (*d*) Tiempo. (*e*) Todas ellas son magnitudes físicas fundamentales. SSM

2 • Al hacer un cálculo, el resultado final tiene las dimensiones m/s en el numerador y m/s^2 en el denominador. ¿Cuáles son las unidades finales? (*a*) m^2/s^3, (*b*) 1/s, (*c*) s^3/m^2, (*d*) s, (*e*) m/s.

3 • El prefijo giga significa: (*a*) 10^3, (*b*) 10^6, (*c*) 10^9, (*d*) 10^{12}, (*e*) 10^{15}.

4 • El prefijo mega significa: (*a*) 10^{-9}, (*b*) 10^{-6}, (*c*) 10^{-3}, (*d*) 10^6, (*e*) 10^9.

5 • Demostrar que un pie equivale a 30,48 cm. ¿Cuántos centímetros hay en una milla? SSM

6 • El número 0,000 513 0 tiene _______ cifras significativas. (*a*) una, (*b*) tres, (*c*) cuatro, (*d*) siete, (*e*) ocho.

7 • El número 23,0040 tiene _______ cifras significativas. (*a*) dos, (*b*) tres, (*c*) cuatro, (*d*) cinco, (*e*) seis.

8 • Una fuerza tiene dimensiones de masa por aceleración. La aceleración tiene dimensiones de velocidad dividida por tiempo. La presión es una fuerza dividida por un área. ¿Cuáles son las dimensiones de la presión?

9 • Verdadero o falso: para multiplicar dos magnitudes es condición necesaria que tengan las mismas dimensiones.

10 • Un vector tiene la componente x negativa y la componente y positiva. Su ángulo medido en la dirección contraria a las agujas del reloj desde el eje x está (*a*) entre cero y 90 grados, (*b*) entre 90 y 180 grados, (*c*) más allá de los 180 grados.

11 • Un vector $\vec{A}$ señala en la dirección positiva del eje x. Mostrar gráficamente tres posibles elecciones para un vector $\vec{B}$ de forma que $\vec{B} + \vec{A}$ señale en la dirección positiva del eje y. SSM

12 • Un vector $\vec{A}$ señala en la dirección positiva del eje y. Mostrar gráficamente tres elecciones para un vector $\vec{B}$ de forma que $\vec{B} - \vec{A}$ señale en la dirección positiva del eje x.

13 • ¿Es posible que tres vectores del mismo módulo sumen cero? Si lo es, muestre la respuesta gráficamente. En caso contrario, explique por qué no es posible. SSM

CÁLCULO Y APROXIMACIONES

14 • El ángulo subtendido por el diámetro de la Luna en un punto de la Tierra es aproximadamente 0,524° (figura 1.18). Con este dato y sabiendo que la Luna dista 384 Mm de la Tierra, hallar su diámetro. (El ángulo θ subtendido por la Luna es, aproximadamente, igual a D/r_l, donde D es el diámetro de la Luna y r_l es la distancia a la misma.)

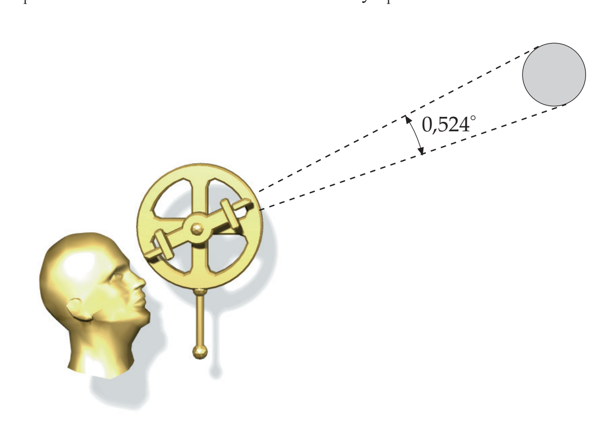
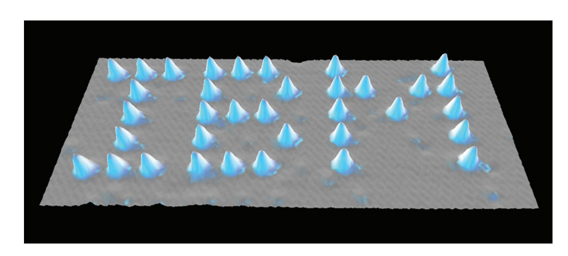


FIGURA 1.18 Problema 14

15 • **APLICACIÓN BIOLÓGICA** Si se supone que el cuerpo humano está formado esencialmente de agua se puede hacer una sencilla estimación. La masa de una molécula de agua es $29{,}9 \times 10^{-27}$ kg. Estimar las moléculas de agua que forman una persona de 60 kg de masa. SSM

16 •• **APLICACIÓN A LA INGENIERÍA** En 1989, científicos de la compañía IBM consiguieron mover átomos con un microscopio de barrido de efecto tunel (STM). El público pudo apreciar esta tecnología cuando vio las letras IBM formadas a partir de átomos de xenon sobre una superficie de niquel. Las letras IBM se extendían una distancia que equivalía a unos 15 átomos de xenon. Si el espacio entre los centros de átomos de xenon adyacentes es de 5 nm (5×10^{-9} m), estimar cuántas veces puede escribirse la palabra "IBM" en una página de 21,6 cm de ancho.



(Gentileza de IBM Reasearch, Almaden Research Center.)

17 •• Se ha debatido públicamente con frecuencia cuáles son las consecuencias ambientales de usar pañales desechables o pañales reutilizables de tela. (*a*) Supóngase que un bebé, desde que nace y hasta los 2,5 años, usa tres pañales al día. Estimar cuántos pañales desechables se usan cada año en los Estados Unidos. (*b*) Calcular el volumen de vertedero ocupado por los pañales, suponiendo que 1000 kg de estos residuos ocupan 1 m^3. (*c*) Calcular la superficie que ocuparían anualmente estos residuos si se supone que necesitan una profundidad media en el vertedero de 10 m.

18 •• (*a*) Estimar cuántos litros de gasolina usan los automóviles cada día en los Estados Unidos y el coste asociado. (*b*) Si de un barril de crudo se obtienen 73,45 L de gasolina, calcular cuántos barriles de petróleo deben importarse en un año en los Estados Unidos para fabricar la gasolina necesaria para la automoción. ¿Cuántos barriles por día supone esta cifra?

19 •• **APLICACIÓN A LA INGENIERÍA** Un megabyte (MB) es una unidad de almacenamiento en la memoria de los ordenadores. Un CD tiene una capacidad de almacenamiento de 700 MB y puede almacenar 70 minutos de música de alta calidad. (*a*) Si una canción típica dura 5 minutos, ¿cuántos megabytes ocupa una canción? (*b*) Si una página de texto impreso ocupa aproximadamente 5 kilobytes, estimar cuántas novelas se pueden guardar en un CD. SSM

UNIDADES

20 • Expresar las siguientes magnitudes usando los prefijos que se recogen en la tabla 1.1 y las abreviaturas de la página 5 (tabla 1.1); por ejemplo, 10 000 metros = 10 km. (*a*) 1 000 000 watts, (*b*) 0,002 gramos, (*c*) 3×10^{-6} metros, (*d*) 30 000 segundos.

21 • Escribir cada una de las siguientes magnitudes sin usar prefijos: (*a*) 40 μW, (*b*) 4 ns, (*c*) 3 MW, (*d*) 25 km.

22 • Escribir las siguientes magnitudes (que no se expresan en unidades del SI) usando prefijos (pero no sus abreviaturas). Por ejemplo, 10^3 metros = 1 kilómetro: (*a*) 10^{-12} abucheos, (*b*) 10^9 mugidos, (*c*) 10^{-6} teléfonos, (*d*) 10^{-18} chicos, (*e*) 10^6 teléfonos, (*f*) 10^{-9} cabras, (*g*) 10^{12} toros.

23 •• En las ecuaciones siguientes, la distancia x está en metros, el tiempo t en segundos y la velocidad v en metros por segundo. ¿Cuáles son las unidades del SI de las constantes C_1 y C_2? (*a*) $x = C_1 + C_2t$, (*b*) $x = \frac{1}{2}C_1t^2$, (*c*) $v^2 = 2C_1x$, (*d*) $x = C_1 \cos C_2t$, (*e*) $v^2 = 2C_1v - (C_2x)^2$. SSM

24 •• Si en el problema 23 se expresa x en pies, t en segundos y v en pies por segundo, ¿cuáles son las dimensiones de las constantes C_1 y C_2?

CONVERSIÓN DE UNIDADES

25 • **MÚLTIPLES PASOS** A partir de la definición original de metro en función de la distancia del Ecuador al polo Norte hallar en metros (*a*) la circunferencia de la Tierra y (*b*) el radio de la Tierra. (*c*) Convertir las respuestas dadas en (*a*) y (*b*) de metros a millas.

26 • La velocidad del sonido en el aire es 343 m/s. ¿Cuál es la velocidad de un avión supersónico que se mueve con una velocidad doble a la del sonido? Dar la respuesta en kilómetros por hora y millas por hora.

27 • Un jugador de baloncesto tiene una altura de 6 ft y 10,5 in. ¿Cuál es su altura en centímetros?

28 • Completar las siguientes igualdades: (*a*) 100 km/h = ______ mi/h, (*b*) 60 cm = ______ in, (*c*) 100 yd = ______ m.

29 • La mayor separación entre dos soportes del puente Golden Gate es de 4200 pies. Expresar esta distancia en kilómetros.

30 • Hallar el factor de conversión para convertir millas por hora en kilómetros por hora.

31 • Completar las siguientes expresiones: (*a*) $1{,}296 \times 10^5$ km/h^2 = ______ km/(h · s), (*b*) $1{,}296 \times 10^5$ km/h^2 = ______ m/s^2, (*c*) 60 mi/h = ______ ft/s, (*d*) 60 mi/h = ______ m/s.

32 • Una milla cuadrada tiene 640 acres. ¿Cuántos metros cuadrados tiene un acre?

33 •• **PÓNGALO EN SU CONTEXTO** Supongamos que usted es un repartidor de una compañía que comercializa agua mineral. Su camión transporta 4 palés cada uno de los cuales contiene 60 cajas de agua. Cada caja contiene 24 botellas de agua de un litro y la carretilla que usa para transportar el agua a los comercios tiene un límite de peso de 250 lb (114 kg.) (*a*) Si un mililitro de agua tiene una masa de 1 g, y un kilogramo pesa 2,2 libras, ¿cuál es el peso en libras de toda el agua del camión? (*b*) ¿Cuántas cajas llenas de agua puede transportar en la carretilla? SSM

34 •• Un cilindro circular recto tiene un diámetro de 6,8 in y una altura de 2 ft. ¿Cuál es el volumen del cilindro en (*a*) pies cúbicos, (*b*) metros cúbicos, (*c*) litros?

35 •• En las siguientes expresiones, x está en metros, t en segundos, v en metros por segundo y la aceleración a en metros por segundo cuadrado. Determinar las unidades del SI de cada combinación: (*a*) v^2/x, (*b*) $\sqrt{x/a}$, (*c*) $\frac{1}{2}at^2$. SSM

DIMENSIONES DE LAS MAGNITUDES FÍSICAS

36 • ¿Cuáles son las dimensiones de las constantes que aparecen en cada uno de los apartados del problema 23?

37 • La ley de desintegración radiactiva es $N(t) = N_0e^{-\lambda t}$, donde N_0 es el número de núcleos radiactivos en el instante $t = 0$, $N(t)$ es el número que permanece sin desintegrar en el tiempo t, y λ es la llamada constante de desintegración. ¿Qué dimensiones tiene λ?

38 •• La unidad del SI de fuerza, el kilogramo-metro por segundo cuadrado (kg · m/s^2), se denomina newton (N). Hallar las dimensiones y las unidades del SI de la constante G en la ley de Newton de la gravitación $F = Gm_1m_2/r^2$.

39 •• Cuando un muelle se estira una distancia x a partir de su posición de equilibrio, el módulo de la fuerza (F) viene dado por $F = kx$ (ley de Hooke). (*a*) ¿Cuáles son las dimensiones de la constante k? (*b*) ¿Cuáles son las dimensiones y las unidades SI de kx^2?

40 •• Demostrar que el producto de la masa por la aceleración y la velocidad tiene las dimensiones de una potencia.

41 •• El momento lineal o ímpetu de un objeto es el producto de su masa por su velocidad. Demostrar que esta magnitud tiene las dimensiones de una fuerza multiplicada por el tiempo. SSM

42 •• ¿Qué combinación de la fuerza y otra magnitud física tiene las dimensiones de la potencia?

43 •• Cuando un objeto cae a través del aire, se produce una fuerza de arrastre que depende del producto del área superficial del objeto y del cuadrado de su velocidad, es decir, $F_{aire} = CAv^2$, donde C es una constante. Determinar las dimensiones de C. SSM

44 •• La tercera ley de Kepler relaciona el periodo de un planeta con el radio de su órbita r, la constante G de la ley de gravitación de Newton ($F = Gm_1m_2/r^2$), y la masa del Sol, M_S. ¿Qué combinación de estos factores ofrece las dimensiones correctas para el periodo de un planeta?

NOTACIÓN CIENTÍFICA Y CIFRAS SIGNIFICATIVAS

45 • Expresar los siguientes números como números decimales sin utilizar la notación de potencias de diez: (*a*) 3×10^4, (*b*) $6{,}2 \times 10^{-3}$, (*c*) 4×10^{-6}, (*d*) $2{,}17 \times 10^5$. SSM

46 • Escribir en notación científica los siguientes valores: (*a*) 1345100 m = ______ km, (*b*) 12340 kW = ______ MW, (*c*) 54,32 ps = ______ s, (*d*) 3,0 m = ______ mm.

47 • Realizar las siguientes operaciones, redondeando hasta el número correcto de cifras significativas, y expresar el resultado en notación científica: (*a*) $(1{,}14)(9{,}99 \times 10^4)$, (*b*) $(2{,}78 \times 10^{-8}) - (5{,}31 \times 10^{-9})$, (*c*) $12\pi/(4{,}56 \times 10^{-3})$, (*d*) $27{,}6 + (5{,}99 \times 10^2)$. SSM

48 • Efectuar las siguientes operaciones redondeando al número correcto de cifras significativas y expresando el resultado en notación científica: (*a*) $(200{,}9)(569{,}3)$, (*b*) $(0{,}000\,000\,513)(62{,}3 \times 10^7)$, (*c*) $28{,}401 + (5{,}78 \times 10^4)$, (*d*) $63{,}25/(4{,}17 \times 10^{-3})$.

49 • **Aplicación biológica** Una membrana celular posee un espesor de 7 nm. ¿Cuántas membranas de este espesor deberían apilarse para conseguir una altura de 1 pulgada? SSM

50 •• **Aplicación a la ingeniería** Hay que perforar un agujero circular de $8{,}470 \times 10^{-1}$ cm de radio en el panel frontal de un monitor. La *tolerancia* es de $1{,}0 \times 10^{-3}$ cm, lo cual significa que el radio del agujero real no puede diferir en una magnitud superior a esta cantidad. Si el agujero real excede al radio deseado precisamente en el margen de tolerancia, ¿cuál es la diferencia entre el área real del agujero y el área requerida para el mismo?

51 •• **Aplicación a la ingeniería** Un taco cuadrado debe ajustarse a un orificio de forma cuadrada. El lado del taco mide 42,9 mm y el del orificio 43,2 mm. (*a*) ¿Cuál es el área del espacio entre el taco y el orificio? (*b*) Si se hace el taco de forma rectangular limando 0,10 mm de material de un lado, ¿cuál es ahora el área vacia entre el taco y el orificio? SSM

VECTORES Y SUS PROPIEDADES

52 • **Múltiples pasos** Se suman dos vectores de 7,0 y 5,5 unidades de longitud. El resultado es un vector de 10,0 unidades. (*a*) Mostrar gráficamente al menos una forma mediante la cual puede llevarse a cabo la suma. (*b*) Use el diagrama del apartado anterior para determinar el ángulo entre los dos vectores originales.

53 • Determinar las componentes x e y de los tres vectores siguientes del plano xy. (*a*) Un vector desplazamiento de 10 m que forma un ángulo de 30° en la dirección de las agujas de un reloj con la dirección positiva del eje y. (*b*) Un vector velocidad de 25 m/s que forma un ángulo de 40° contrario a las agujas del reloj con la dirección $-x$. (*c*) Un vector fuerza de 40 lb que forma un ángulo de 120° en la dirección contraria a las agujas de un reloj con la dirección $-y$. SSM

54 • Reescriba los vectores siguientes en función de su magnitud y su ángulo (en el sentido contrario a las agujas del reloj con respecto a la dirección $+x$). (*a*) Un vector desplazamiento con 8,5 m de componente x, y $-5{,}5$ m de componente y. (*b*) Un vector velocidad con -75 m/s de componente x y 35 m/s de componente y. (*c*) Un vector fuerza de 50 lb de módulo situado en el tercer cuadrante con una componente x cuyo módulo es de 40 lb.

55 • **Conceptual** Una persona camina 100 m siguiendo una línea recta sobre el plano horizontal. Si la persona se mueve 50 m hacia el este, ¿cuáles son los movimientos posibles de la persona hacia el norte o hacia el sur? ¿Cuáles son los ángulos posibles con respecto de la dirección este que el camino recorrido por la persona puede haber alcanzado?

56 • **Aproximación** El destino final de un paseo está a 300 m en la dirección este considerada a partir del punto de partida. La primera etapa coincide con el paseo descrito en el problema anterior. La segunda etapa se desarrolla a lo largo de una línea recta. Estimar gráficamente la longitud y dirección de esta segunda etapa.

57 •• Dados los vectores siguientes: $\vec{A} = 3{,}4\hat{\imath} + 4{,}7\hat{\jmath}$, $\vec{B} = (-7{,}7)\hat{\imath} + 3{,}2\hat{\jmath}$, y $\vec{C} = 5{,}4\hat{\imath} + (-9{,}1)\hat{\jmath}$. (*a*) Determinar el vector $\vec{D}$ en función de los vectores unitarios, de modo que $\vec{D} + 2\vec{A} - 3\vec{C} + 4\vec{B} = 0$. (*b*) Expresar la respuesta del apartado anterior en función del módulo y del ángulo con respecto la dirección positiva del eje x.

58 •• Dados los vectores siguientes: $\vec{A}$ de 25 lb de módulo y que forma un ángulo de 30° en el sentido de las agujas del reloj con la dirección positiva del eje x, y $\vec{B}$ de 42 lb de módulo y que forma un ángulo de 50° en el sentido de las agujas del reloj con la dirección positiva del eje y, (*a*) construir un esquema y estimar visualmente el módulo y el ángulo del vector $\vec{C}$ de forma que $2\vec{A} + \vec{C} - \vec{B}$ sea un vector de 35 lb de módulo orientado según la dirección positiva del eje x. (*b*) Repetir el cálculo del apartado (*a*) usando el método de las componentes y comparar el resultado con el estimado a partir del apartado (*a*).

59 •• Expresar en función de $\hat{\imath}$ y $\hat{\jmath}$ el vector de módulo unidad opuesto a la dirección de cada uno de los vectores $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$ del problema 57. SSM

60 •• Los vectores unitarios $\hat{\imath}$ y $\hat{\jmath}$ señalan al este y al norte, respectivamente. Calcular expresándolo en función de ellos, el vector unitario en las direcciones siguientes: (*a*) nordeste (*b*) 70° en la dirección de las agujas del reloj contados a partir de la dirección del eje $-y$; (*c*) sudoeste.

PROBLEMAS GENERALES

61 • En las misiones *Apolo* a la Luna durante los años 60 y 70, el viaje de la Tierra a la Luna duraba unos tres días desde el momento en que la cápsula abandonaba la órbita terrestre. Estimar la velocidad media del vehículo espacial en kilómetros por hora, millas por hora y metros por segundo. SSM

62 • Muchas de las carreteras de Canadá limitan la velocidad de los vehículos a 100 km/h. ¿Cuál es la velocidad límite en mi/h?

63 • Contando dólares a razón de 1 $ por segundo, ¿cuántos años necesitaríamos para contar 1000 millones de dólares?

64 • (*a*) La velocidad de la luz en el vacío es 186000 mi/s = 3×10^8 m/s. Utilizar este dato para hallar el número de kilómetros que tiene una milla. (*b*) El peso de un pie cúbico de agua es 62,4 libras y 1,00 pie = 30,5 cm. Utilizar este dato y el hecho de que 1 cm^3 de agua tiene una masa de 1 g para hallar el peso en libras de 1 kg de masa.

65 • La masa de un átomo de uranio es $4{,}0 \times 10^{-26}$ kg. ¿Cuántos átomos de uranio hay en 8 g de uranio puro?

66 •• Durante una tormenta cae un total de 1,4 pulgadas de lluvia. ¿Cuánta agua ha caído sobre un acre de tierra? (1 mi^2 = 640 acres.) Expresar la respuesta en: (*a*) pugadas cúbicas, (*b*) pies cúbicos, (*c*) metros cúbicos, y (*d*) kilogramos. Obsérvese que la densidad del agua es 1000 kg/m^3.

67 •• Un núcleo de hierro tiene un radio de $5{,}4 \times 10^{-15}$ m y una masa de $9{,}3 \times 10^{-26}$ kg. (*a*) ¿Cuál es su masa por unidad de volumen en kilogramos por metro cúbico? (*b*) Si la Tierra tuviera la misma masa por unidad de volumen, ¿cuál sería su radio? (La masa de la Tierra es $5{,}98 \times 10^{24}$ kg.)

68 •• **APLICACIÓN A LA INGENIERÍA** La compañia canadiense Canadian Norman Wells Oil Pipeline opera desde Norman Wells, en los Territorios del Noroeste, hasta Zama, en Alberta. El oleoducto de $8{,}68 \times 10^5$ m de longitud tiene un diámetro interno de 12 pulgadas y puede transportar petróleo a 35 L/s. (*a*) Si en un determinado momento el oleoducto está lleno, ¿cuál es el volumen total de petróleo en la instalación? (*b*) Si inicialmente el oleoducto estaba vacío, ¿cuánto tiempo cuesta llenarlo?

69 •• La unidad astronómica (UA) se define como la distancia media de la Tierra al Sol, a saber, $1{,}496 \times 10^{11}$ m. El parsec es la longitud radial desde la cual una UA de longitud de arco subtiende un ángulo de 1 segundo. El año luz es la distancia que la luz recorre en un año. (*a*) ¿Cuántos parsecs están contenidos en una unidad astronómica? (*b*) ¿Cuántos metros tiene un parsec? (*c*) ¿Cuántos metros existen en un año luz? (*d*) ¿Cuántas unidades astronómicas existen en un año luz? (*e*) ¿Cuántos años luz contiene un parsec?

70 •• Para que el universo deje algún día de expansionarse y comience a contraerse, su densidad media debe ser al menos de 6×10^{-27} kg/m³. (*a*) ¿Cuántos electrones por metro cúbico deberían existir en el universo para alcanzar esta densidad crítica? (*b*) ¿Cuántos protones por metro cúbico producirían la densidad crítica? ($m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg; $m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg.)

71 ••• **PÓNGALO EN SU CONTEXTO, APLICACIÓN A LA INGENIERÍA, HOJA DE CÁLCULO** Imagínese que usted es un astronauta que realiza experimentos de física en la Luna. En uno de estos experimentos analiza la caída de varios objetos, desde el reposo, y relaciona la distancia caída y con el tiempo t. Para una moneda ha obtenido los siguientes resultados

(*a*) y (m)	10	20	30	40	50
(*b*) t (s)	3,5	5,2	6,0	7,3	7,9

Usted espera obtener una relación general entre la distancia y y el tiempo t de la forma $y = Bt^C$, donde B y C son constantes que hay que determinar experimentalmente. Para ello, (*a*) represente los datos en un gráfico logarítmico (log-log), representando log(y)(ordenadas) respecto log(t)(abscisas). (*b*) Demuestre que si se toman logaritmos en la expresión $y = Bt^C$, se obtiene $\log(y) = \log(B) + C\log(t)$. (*c*) Compare esta relación lineal con el gráfico de los datos y estime los valores de B y C. (*d*) Si se deja caer una moneda desde 1,0 m de altura, ¿cuánto tiempo tardará en llegar al suelo? (*e*) En el capítulo siguiente se verá como la relación entre y y t es $y = 1/2at^2$, donde a es la aceleración del objeto. ¿Cuál es la aceleración de los objetos que caen en la Luna? SSM

72 ••• **HOJA DE CÁLCULO** El valor de las acciones de una compañía que cotiza en el mercado de valores varía dependiendo del mercado y del tipo de actividad de la empresa y, aparentemente, puede ser muy impredecible, pero la gente a menudo intenta encontrar patrones del comportamiento en bolsa de los valores a partir de fórmulas matemáticas. El valor de las acciones de una compañía de ingeniería de materiales denominada Corning, situada en el estado de Nueva York, cada día 3 de agosto, cada cinco años en el periodo 1981 – 2001 evoluciona según la tabla. Supongamos que el precio P de las acciones (en dólares) sigue una ley de potencias $P = Bt^C$, donde t se expresa en años. (*a*) Evalúe las constantes B y C (véase el método sugerido en el problema anterior). (*b*) De acuerdo con esta ley de potencias, ¿cuál fue el precio de las acciones de la compañía el 3 de agosto del año 2000? (El precio alcanzado en realidad fue 82,83 $.)

(*a*) Precio (en dólares)	2,10	4,19	9,14	10,82	16,85
(*b*) Años desde 1980	1	6	11	16	21

73 ••• **APLICACIÓN A LA INGENIERÍA** El detector japonés de neutrinos Super-Kamiokande está formado por un largo cilindro transparente de 39,3 m de diámetro y 41,4 m de alto, relleno de agua extremadamente pura. Calcular la masa de agua que hay en el interior del cilindro. ¿Se corresponde la cifra obtenida con el dato que consta en el sitio web oficial del Super-K, según el cual el detector contiene 50 000 toneladas de agua? Densidad del agua: 1000 kg/m³. SSM

74 ••• **PÓNGALO EN SU CONTEXTO** Imagínese que va de excursión con un amigo a una zona llana y que deciden estimar la altura del pico de una montaña distante (figura 1.19) y la distancia horizontal que hay que caminar hasta el pico. Para ello, desde el punto en que están, miden que el ángulo que forma con la horizontal la línea imaginaria que apunta hacia el pico es de 7,5° y que la misma línea está orientada 13° hacia el este. Mientras que usted se queda en el punto de observación, su amigo camina en dirección oeste 1,5 km. Desde la nueva posición su amigo sitúa el pico y observa que la línea imaginaria que apunta hacia el pico forma un ángulo de 15° con el norte. Calcule a qué distancia está la montaña de su posición y qué altura tiene el pico.

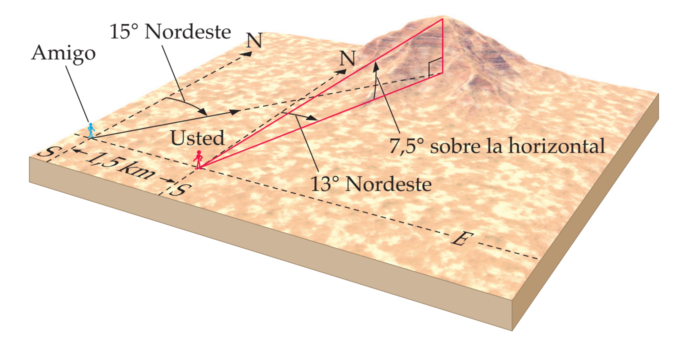


FIGURA 1.19 Problema 74

75 ••• **HOJA DE CÁLCULO** La tabla adjunta da el periodo T y el radio r de las órbitas correspondientes a los movimientos de cuatro satélites que giran alrededor de un asteroide pesado y denso. (*a*) Estos datos se relacionan mediante la fórmula $T = Cr^n$. Hallar C y n. (*b*) Se descubre un quinto satélite que tiene un periodo de 6,20 años. Determinar la órbita de este satélite que se ajuste a la misma fórmula.

(*a*) Periodo T, años	0,44	1,61	3,88	7,89
(*b*) Radio r, Gm	0,088	0,208	0,374	0,600

76 ••• **MÚLTIPLES PASOS** El periodo T de un péndulo simple depende de la longitud L del péndulo y de la aceleración g de la gravedad (dimensiones L/T^2). (*a*) Hallar una combinación sencilla de L y g que tenga las dimensiones de tiempo. (*b*) Comprobar la dependencia existente entre el periodo T y la longitud L midiendo el periodo (tiempo para una ida y vuelta completa) de un péndulo para dos valores diferentes de L. (*c*) En la fórmula correcta que relaciona T con L y g interviene una constante que es un múltiplo de π y que no puede obtenerse mediante el análisis dimensional de la parte (*a*). Puede hallarse experimentalmente como en la parte (*b*) si se conoce g. Utilizando el valor $g = 9{,}81$ m/s² y los resultados experimentales de la parte (*b*), hallar la fórmula que relaciona T con L y g.

77 ••• Un trineo está en reposo y tres amigos tiran de él sin conseguir moverlo. Paul tira en dirección nordeste con una fuerza de 50 lb. Johnny tira con una fuerza de 65 lb con un ángulo de 35° en dirección sudoeste y Connie tira del trineo con una fuerza que queremos determinar. (*a*) Expresar la fuerza ejercida tanto por Paul como por Johnny en función de los vectores unitarios. (*b*) Determinar la fuerza que realiza Connie primero expresándola en función de los vectores unitarios y después en forma de módulo y dirección (ángulo).

78 ••• La posición de un avión que vuela a 5,0 km de altura, la situamos a 1,5 km norte y 2,5 km este. (*a*) ¿Qué distancia hay desde el punto de observación hasta el avión? (*b*) ¿Con qué ángulo (respecto del norte en el plano horizontal) lo vemos? (*c*) Expresar el vector posición del avión desde nuestra situación en función de los vectores unitarios, si $\hat{i}$ se orienta hacia el este, $\hat{j}$ hacia el norte y $\hat{k}$ verticalmente hacia el cenit. (*d*) ¿Con qué ángulo de elevación (por encima del plano horizontal de nuestra posición) vemos el avión?



CAPÍTULO 2

El movimiento en una dirección se asemeja al movimiento a lo largo de una línea recta, como el de un coche en una carretera recta. El conductor se encuentra con semáforos y distintos límites de velocidad en su camino por la carretera hacia la escuela. *(Medio Images/Getty Images.)*

El movimiento en una dimensión

Imaginemos un coche que acelera en una autopista. Hay muchas formas de describir el movimiento del vehículo. Por ejemplo, se puede dar la posición del coche, cómo se mueve de un punto a otro y si acelera o frena en su movimiento. Estos descriptores básicos del movimiento, el desplazamiento, la velocidad y la aceleración, son una parte esencial de la física. De hecho, la descripción del movimiento de los objetos supuso el inicio de la física hace más de 400 años.

El estudio del movimiento y de los conceptos relacionados fuerza y masa, es lo que se denomina **mecánica**. Comenzamos nuestro estudio del movimiento con la **cinemática**, la rama de la mecánica que trata de las características del movimiento. Es necesario entender la cinemática para poder comprender el resto de temas de este libro. El movimiento está presente en todas las disciplinas de la física y hay que saber cinemática para entender cómo la fuerza y la masa afectan al movimiento. En el capítulo 4 estudiamos la **dinámica**, ciencia que relaciona el movimiento con la fuerza y la masa.

? ¿Cómo puede estimar el tiempo que tardará en llegar? (Véase el ejemplo 2.3.)

Estudiamos ahora el caso más simple de la cinemática: el movimiento a lo largo de una línea recta. Desarrollaremos los modelos y las herramientas que se necesitan para describir el movimiento en una dimensión e introduciremos las definiciones de términos como desplazamiento, velocidad y aceleración necesarios habitualmente para describir el movimiento. Analizaremos con detalle el caso especial de movimiento rectilíneo con aceleración constante. Finalmente, veremos las formas de integración que se usan para describir el movimiento. En este capítulo, nos limitaremos al movimiento en una dimensión, con lo que no hace falta usar de forma completa la notación vectorial descrita en el capítulo 1. En una línea recta basta con un signo + o − para especificar la dirección del movimiento.

2.1 DESPLAZAMIENTO, VELOCIDAD Y MÓDULO DE LA VELOCIDAD

El ganador de una carrera de caballos es aquel caballo cuyo hocico cruza la línea de llegada en primer lugar. Se puede argumentar que lo que realmente es relevante durante la carrera es el movimiento del hocico del caballo y, por lo tanto, que el tamaño, la forma y el movimiento del resto del caballo no tienen importancia. En física, para analizar el movimiento de los objetos muchas veces esta simplificación es útil. Así, podemos describir el movimiento de un objeto siguiendo el movimiento de un punto del mismo. Por ejemplo, cuando un coche se mueve por una línea recta en una carretera, el movimiento del coche puede describirse examinando el movimiento de un punto del lateral del mismo. Un objeto que puede idealizarse de esta manera se denomina **partícula**. En cinemática, dado que no estamos interesados en el tamaño, la forma o el movimiento interno de un objeto, podemos considerar que este objeto es una partícula y, por este motivo, consideramos que coches, trenes y proyectiles son partículas. Incluso las personas y las galaxias pueden considerarse partículas.



(*Bettmann/Corbis.*)

POSICIÓN Y DESPLAZAMIENTO

La descripción del movimiento consiste en saber la **posición** de una partícula y cómo la posición cambia con el movimiento de la partícula. En un movimiento en una dimensión, se suele elegir el eje x a lo largo de la línea por donde discurre el movimiento. Por ejemplo, la figura 2.1 muestra un estudiante que va en bicicleta que está en la posición x_i en el instante t_i y en la posición x_f en un instante posterior t_f. La variación de la posición del estudiante $x_f - x_i$, se denomina **desplazamiento**. Es costumbre utilizar la letra griega Δ para indicar la variación o incremento de una magnitud. Así pues, la variación de x se escribe

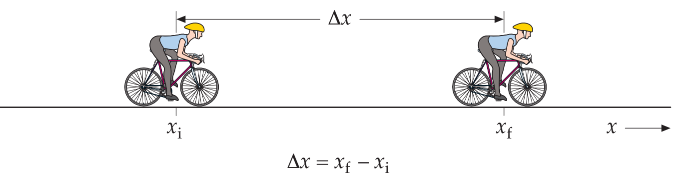


FIGURA 2.1 Un estudiante que va en bicicleta se mueve en línea recta en un sistema de coordenadas formado por una línea en la que se escoge un punto O como origen. A cada punto de la línea se asigna un número x, cuyo valor es proporcional a la distancia a O. Los puntos a la derecha de O son positivos y a la izquierda, negativos. Cuando la bicicleta se desplaza desde el punto x_i al punto x_f, su desplazamiento es $\Delta x = x_f - x_i$.

$$\Delta x = x_f - x_i \qquad 2.1$$

DEFINICIÓN: DESPLAZAMIENTO

Es importante darse cuenta de la diferencia entre desplazamiento y distancia recorrida. La distancia recorrida por una partícula es la longitud del camino que una partícula sigue desde su posición inicial hasta su posición final. Es, por lo tanto, una magnitud escalar que siempre es positiva. El desplazamiento es el cambio en la posición de la partícula. Es positivo si la partícula va en la dirección de x crecientes (la dirección $+x$), y negativa si va en la dirección de $-x$. El desplazamiento puede representarse mediante vectores, como vimos en el capítulo 1, pero usaremos la notación vectorial completa sólo cuando estudiemos el movimiento en dos o tres dimensiones en el capítulo 3.

! La notación Δx (léase "delta de x") corresponde a una sola magnitud, el cambio de x (no al producto de Δ y x, como tampoco cos θ es el producto de cos y θ). Por convenio, la variación experimentada por una magnitud es siempre su valor final menos su valor inicial.

Ejemplo 2.1 Distancia recorrida y desplazamiento de un perro

Cuando sacamos a pasear a nuestro perro, le lanzamos jugando un palo en línea recta hasta 20 ft de distancia para que lo recoja y nos lo devuelva. El can corre, alcanza el palo y regresa con él en la boca recorriendo 15 ft. Entonces se para, se echa al suelo y se pone a morder el objeto. (*a*) ¿Cuál es la distancia total que recorre el perro? (*b*) ¿Cuál es su desplazamiento neto? (*c*) Demostrar que el desplazamiento neto es la suma de los dos desplazamientos secuenciales realizados por el perro.

PLANTEAMIENTO La distancia total, s, se determina sumando las distancias individuales que recorre el perro. El desplazamiento es la posición final del perro menos la posición inicial. El perro arranca a correr en el instante 0, en el tiempo 1 alcanza el palo y en el tiempo 2 se echa al suelo para morderlo.

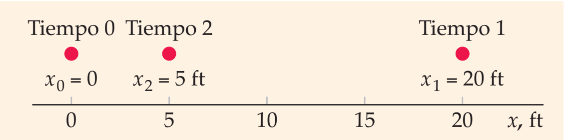


FIGURA 2.2 Los puntos rojos representan la posición del perro en instantes de tiempo diferentes.

SOLUCIÓN

(*a*) 1. Haga un diagrama del movimiento con un eje coordenado (figura 2.2).

2. Calcule la distancia total recorrida:

$$s_{02} = s_{01} + s_{12} = (20 \text{ ft}) + (15 \text{ ft}) = \boxed{35} \text{ ft}$$

(Los subíndices indican los intervalos de tiempo, donde s_{01} es la distancia recorrida durante el intervalo de tiempo de 0 a 1, y así sucesivamente.)

(*b*) El desplazamiento neto se determina a partir de su definición $\Delta x = x_f - x_i$, donde $x_i = x_0 = 0$ es la posición inicial del perro. La posición final está situada a 5 ft de la posición inicial $x_f = x_2 = 5$ ft:

$$\Delta x_{02} = x_2 - x_0 = 5 \text{ ft} - 0 \text{ ft} = \boxed{5 \text{ ft}}$$

donde Δx_{02} es el desplazamiento durante el intervalo desde el tiempo 0 al tiempo 2.

(*c*) El desplazamiento neto se determina sumando el desplazamiento del primer tramo con el del segundo.

$$\Delta x_{01} = x_1 - x_0 = 20 \text{ ft} - 0 \text{ ft} = 20 \text{ ft}$$

$$\Delta x_{12} = x_2 - x_1 = 5 \text{ ft} - 20 \text{ ft} = -15 \text{ ft}$$

sumando se obtiene

$$\Delta x_{01} + \Delta x_{12} = (x_1 - x_0) + (x_2 - x_1) = x_2 - x_0 = \Delta x_{02}$$

luego

$$\Delta x_{02} = \Delta x_{01} + \Delta x_{12} = 20 \text{ ft} - 15 \text{ ft} = \boxed{5 \text{ ft}}$$

COMPROBACIÓN El desplazamiento en cualquier tramo del recorrido nunca es mayor que la distancia recorrida en el mismo tramo. El resultado del apartado (*b*), 5 ft, es menor que el del apartado (*a*), 35 ft, por lo que el resultado del apartado (*b*) es plausible.

OBSERVACIÓN La distancia total recorrida es igual a la suma de las distancias recorridas en cada tramo. El desplazamiento total neto siempre coincide con la suma de los desplazamientos de cada tramo del recorrido.

MÓDULO DE LA VELOCIDAD MEDIA

Frecuentemente estamos interesados en el módulo de la velocidad o celeridad. El **módulo de la velocidad media** de una partícula es el cociente entre la distancia total recorrida y el tiempo total desde el principio al final:

$$\text{Módulo de la velocida media} = \frac{\text{distancia total}}{\text{tiempo total}} = \frac{s}{\Delta t} \qquad 2.2$$

DEFINICIÓN DEL MÓDULO DE LA VELOCIDAD MEDIA

La distancia total y el tiempo total son siempre positivos; por lo tanto, el módulo de la velocidad media también es positivo siempre.

Aunque el módulo de la velocidad es una magnitud útil, no incorpora información sobre la dirección del movimiento, ya que ni la distancia ni el tiempo total lle-

van asociada una dirección. Una magnitud más útil es la *velocidad* (como magnitud vectorial) que incorpora también información sobre la dirección en que se mueve un objeto. La **velocidad media** en la dirección del eje x, $v_{m\,x}$, se define como la razón entre el desplazamiento sobre el eje x y el intervalo de tiempo Δt:

$$v_{m\,x} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} \qquad (\text{por tanto, } \Delta x = v_{m\,x}\,\Delta t) \qquad 2.3$$

DEFINICIÓN DE LA VELOCIDAD MEDIA

Al igual que el desplazamiento, la velocidad media es una magnitud que puede ser positiva o negativa. Un valor positivo indica que el desplazamiento va en la dirección $+x$. Un valor negativo indica que el desplazamiento va en la dirección $-x$. Las dimensiones de la velocidad son L/T y la unidad de velocidad en el SI es el metro por segundo (m/s). Otras unidades habituales son el kilómetro por hora (km/h), el pie por segundo (ft/s) y la milla por hora (mi/h).

La figura 2.3 representa gráficamente la posición de una partícula en función del tiempo. Cada punto representa la posición x de una partícula en un tiempo t. Una línea recta une los puntos P_1 y P_2, y forma la hipotenusa del triángulo de catetos $\Delta x = x_2 - x_1$ y $\Delta t = t_2 - t_1$. El cociente $\Delta x/\Delta t$ es la pendiente de la línea y nos ofrece una interpretación geométrica de la velocidad media:

La velocidad media en el intervalo entre $t = t_1$ y $t = t_2$ en un gráfico x-t es la pendiente de la línea recta que conecta los puntos (t_1, x_1) y (t_2, x_2).

INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA DE LA VELOCIDAD MEDIA

En general, la velocidad media depende del intervalo de tiempo escogido. Por ejemplo, si en la figura 2.3 tomamos un intervalo menor de tiempo, escogiendo un instante t_2' más próximo a t_1, la velocidad media será mayor, según indica la mayor inclinación de la línea que une los puntos P_1 y P_2'.



Véase el **Apéndice de matemáticas** ***para más información sobre*** **Ecuaciones lineales**

! El módulo de la velocidad media y la velocidad media son los parámetros cinemáticos más básicos. Junto con otros parámetros que se introducen en este capítulo son necesarios para resolver los problemas de cinemática.

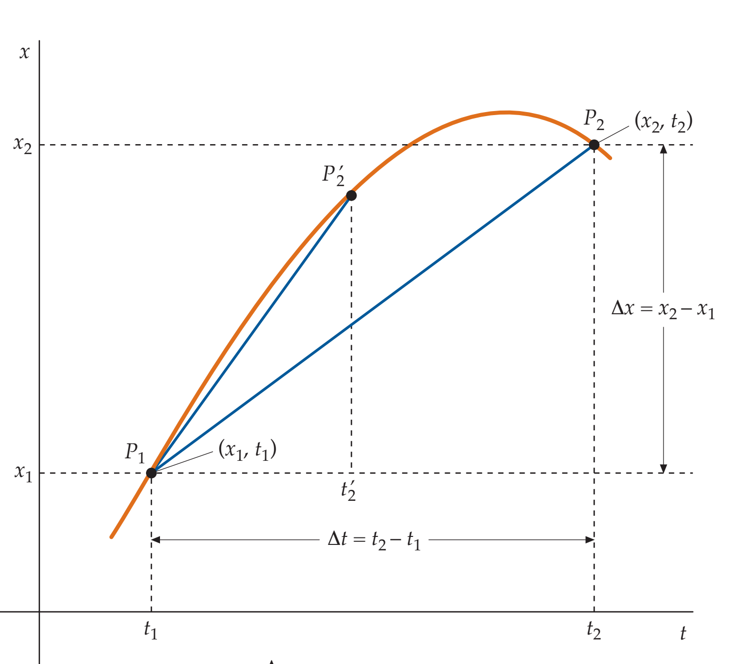


FIGURA 2.3 Gráfico de x en función de t para una partícula que se mueve en una dimensión. Cada punto de la curva representa la posición x en un tiempo determinado t. Se ha dibujado una línea recta entre las posiciones P_1 y P_2. El desplazamiento $\Delta x = x_2 - x_1$ y el intervalo de tiempo $\Delta t = t_2 - t_1$ se indican en la figura. La línea recta entre P_1 y P_2 es la hipotenusa del triángulo de lados Δx y Δt y la relación $\Delta x/\Delta t$ es su pendiente. En términos geométricos, la pendiente es una medida de la inclinación de la recta.

Ejemplo 2.2 Velocidad y velocidad media del perro

El perro del ejemplo 2.1 recorre 20 ft en 1 s para coger el palo y corre de vuelta 15 ft en 1,5 s (figura 2.4). Calcular (*a*) el módulo de la velocidad media del perro y (*b*) la velocidad media de todo el recorrido del juego.

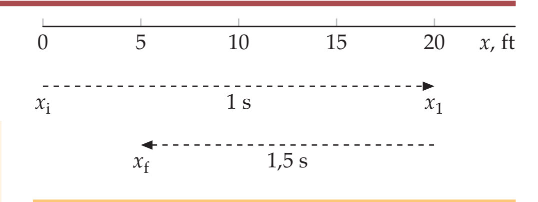


FIGURA 2.4

PLANTEAMIENTO Resolveremos el problema usando las definiciones del módulo de la velocidad media y de velocidad media, teniendo en cuenta que el módulo de la velocidad media es la distancia total dividida por el tiempo total, mientras que la velocidad media es el desplazamiento neto dividido por Δt.

SOLUCIÓN

(*a*) 1. El módulo de la velocidad media es la distancia total dividida por el tiempo total:

$$\text{Módulo de la velocidad media} = \frac{s}{\Delta t}$$

2. Calcular la distancia total recorrida y el tiempo total:

$$s = s_1 + s_2 = 20{,}0\ \text{ft} + 15{,}0\ \text{ft} = 35{,}0\ \text{ft}$$
$$\Delta t = (t_1 - t_i) + (t_f - t_2) = 1{,}0\ \text{s} + 1{,}5\ \text{s} = 2{,}5\ \text{s}$$

3. Usar s y Δt para determinar el módulo de la velocidad media del perro:

$$\text{Módulo de la velocidad media} = \frac{35{,}0\ \text{ft}}{2{,}5\ \text{s}} = \boxed{14\ \text{ft/s}}$$

(*b*) 1. La velocidad media del perro es el cociente del desplazamiento neto Δx entre el intervalo de tiempo Δt:

$$v_{m\,x} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

2. El desplazamiento neto del perro viene dado por $x_f - x_i$, donde $x_i = 0$ es la posición inicial del perro y $x_f = 5$ ft es su posición final:

$$\Delta x = x_f - x_i = 5{,}0\ \text{ft} - 0{,}0\ \text{ft} = 5{,}0\ \text{ft}$$

3. Usar Δx y Δt para determinar la velocidad media del perro:

$$v_{m\,x} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{5{,}0\ \text{ft}}{2{,}5\ \text{s}} = \boxed{2{,}0\ \text{ft/s}}$$

COMPROBACIÓN Una búsqueda por Internet nos indica que un galgo puede mantener una velocidad media de unos 66 ft/s (casi 45 mi/h). En estas condiciones no es extraño que nuestro perro corra a una velocidad media de 14 ft/s (9,5 mi/h aproximadamente). Un resultado del apartado (*a*) superior a 66 mi/s no sería plausible.

OBSERVACIÓN Obsérvese que el módulo de la velocidad del perro es mayor que la velocidad media porque la distancia total recorrida es mayor que el desplazamiento total. Asimismo, obsérvese que el desplazamiento es la suma de los desplazamientos individuales, es decir, $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = (20{,}0\ \text{ft}) + (-15{,}0\ \text{ft}) = 5{,}0\ \text{ft}$, que es el resultado del punto 2 del apartado (*b*).

Ejemplo 2.3 Camino de la escuela

Habitualmente tardamos 10 minutos en ir de casa a la escuela situada a 5 km de distancia, yendo por una calle recta. Si un día salimos de casa 15 min antes del comienzo de la clase, pero nos encontramos con un semáforo estropeado que hace que la velocidad durante los 2 primeros kilómetros sea de 20 km/h, ¿llegaremos a tiempo?

PLANTEAMIENTO A fin de resolver el problema hay que encontrar el tiempo total que necesitamos para llegar a la escuela. Para ello, hay que calcular el tiempo $\Delta t_{2\,\text{km}}$ durante el cual vamos a 20 km/h y el tiempo $\Delta t_{3\,\text{km}}$ del resto del trayecto, durante el cual la velocidad es la habitual.

SOLUCIÓN

1. El tiempo total coincide con el tiempo invertido en los dos primeros kilómetros más el tiempo utilizado para recorrer los tres restantes:

$$\Delta t_{\text{tot}} = \Delta t_{2\,\text{km}} + \Delta t_{3\,\text{km}}$$

2. Usando $\Delta x = v_{m\,x}\,\Delta t$, determinar el tiempo que nos cuesta recorrer los dos primeros kilómetros a 20 km/h:

$$\Delta t_{2\,\text{km}} = \frac{\Delta x_1}{v_{m\,x}} = \frac{2{,}0\ \text{km}}{20\ \text{km/h}} = 0{,}10\ \text{h} = 6{,}0\ \text{min}$$

3. Usando $\Delta x = v_{m\,x}\,\Delta t$, calcular el tiempo que tardamos en recorrer los tres kilómetros restantes:

$$\Delta t_{3\,\text{km}} = \frac{\Delta x_2}{v_{m\,x}} = \frac{3{,}0\ \text{km}}{v_{\text{usual}\,x}}$$

4. Usando $\Delta x = v_{m\,x}\,\Delta t$, despejar $v_{\text{usual}\,x}$, la velocidad que nos permite recorrer 5 km en 10 min:

$$v_{\text{usual}\,x} = \frac{\Delta x_{\text{tot}}}{\Delta t_{\text{usual}}} = \frac{5{,}0\ \text{km}}{10\ \text{min}} = 0{,}50\ \text{km/min}$$

5. Utilizando los resultados de los pasos 3 y 4, despejamos $\Delta t_{3\text{ km}}$:

$$\Delta t_{3\text{ km}} = \frac{\Delta x_2}{v_{\text{usual }x}} = \frac{3{,}0\text{ km}}{0{,}50\text{ km/min}} = 6{,}0\text{ min}$$

6. Despejar el tiempo total:

$$\Delta t_{\text{tot}} = \Delta t_{2\text{ km}} + \Delta t_{3\text{ km}} = 12\text{ min}$$

7. El desplazamiento dura 12 minutos comparado con los 10 minutos habituales. Sin embargo, habíamos salido de casa con 15 minutos de antelación; por lo tanto, *no llegamos tarde a la escuela*.

COMPROBACIÓN Obsérvese que 20 km/60 min = 1,0 km/3,0 min. Desplazándose los 5 km a un ritmo de un kilómetro cada 3,0 minutos implica que a los 15 minutos se llega a la escuela. Como salimos con 15 minutos de tiempo, si la velocidad media se mantiene en 20 km/h se llega puntual.

Ejemplo 2.4 La aventura del pájaro viajero

Dos trenes separados 60 km se aproximan uno al otro por vías paralelas, moviéndose cada uno de ellos a 15 km/h. Un pájaro vuela de un tren al otro en el espacio que los separa, hasta que se cruzan. ¿Cuál es la distancia total recorrida por el pájaro si éste vuela a 20 km/h?

PLANTEAMIENTO En este problema hay que determinar la distancia total que vuela el pájaro sabiendo la velocidad del ave, las velocidades de los trenes y la distancia inicial entre ellos. Una primera impresión parece aconsejar que hay que sumar las distancias recorridas por el pájaro cada vez que se mueve desde un tren hacia el otro. Sin embargo, hay una forma mucho más simple que consiste en usar el hecho de que el tiempo t que vuela el pájaro coincide con el tiempo que los trenes tardan en cruzarse. La distancia total que vuela el pájaro se calcula entonces multiplicando la velocidad del pájaro por el tiempo de vuelo. Para ello escribiremos en primer lugar una ecuación para la magnitud a determinar, es decir, la distancia total Δs recorrida por el pájaro.

SOLUCIÓN

1. La distancia total $s_{\text{pájaro}}$ es igual al módulo de la velocidad media multiplicado por el tiempo:

$$s_{\text{pájaro}} = (\text{módulo de la velocidad media})_{\text{pájaro}} \times t = (\text{velocidad})_{\text{m pájaro}} \times t$$

2. El tiempo t que el pájaro está en el aire es el tiempo que uno de los trenes invierte en recorrer la mitad de la distancia inicial D que separa los trenes. Como los trenes se mueven a la misma velocidad, cada tren se mueve 30 km antes de cruzarse con el otro:

$$\tfrac{1}{2}D = (\text{velocidad})_{\text{m tren}} \times t$$

por lo tanto,

$$t = \frac{D}{2(\text{velocidad})_{\text{m tren}}}$$

3. Sustituir el resultado del paso 2 por el tiempo obtenido del paso 1. La separación inicial de los dos trenes es de $D = 60$ km. Por lo tanto, la distancia total volada por el ave es:

$$s_{\text{pájaro}} = (\text{velocidad})_{\text{m pájaro}}\, t = (\text{velocidad})_{\text{m pájaro}} \frac{D}{2(\text{velocidad})_{\text{m tren}}}$$

$$= 20\text{ km/h}\,\frac{60\text{ km}}{2\,(15\text{ km/h})} = \boxed{40\text{ km}}$$

COMPROBACIÓN La velocidad de cada tren es 3/4 de la velocidad del pájaro, de forma que la distancia recorrida por uno de los trenes será 3/4 de la distancia recorrida por el pájaro. Cada tren recorre 30 km. Como 30 km son 3/4 de 40 km, el resultado de la distancia recorrida por el pájaro resulta plausible.

VELOCIDAD INSTANTÁNEA Y MÓDULO DE LA VELOCIDAD

Suponga que su velocidad media durante un viaje largo ha sido de 60 km/h. Esto no indica cómo ha variado la velocidad durante el viaje, ya que, por ejemplo, en determinados puntos del recorrido ha tenido que deternerse en semáforos y en otras zonas ha podido viajar más rápido para ganar tiempo. Para conocer los detalles del viaje hay que saber cuál ha sido la velocidad en cada instante. A primera vista puede parecer imposible definir la velocidad de la partícula en un solo instante, es decir, en un tiempo específico. En un instante determinado la partícula está en un solo punto. Si está en un solo punto, ¿cómo puede estar moviéndose? Por otra parte, si no se está moviendo, ¿cómo puede tener velocidad? Esto constituye una antigua paradoja que puede resolverse cuando nos damos cuenta que para observar el movimiento, y así

definirlo, debemos observar la posición del objeto en más de un instante. Veamos ahora la figura 2.5. Cuando consideramos sucesivamente intervalos de tiempo más cortos a partir de t_1, la velocidad media para cada intervalo se aproxima más a la pendiente de la tangente en t_1. La pendiente de esta tangente se define como la **velocidad instantánea** en t_1. Esta tangente es el límite de la relación $\Delta x/\Delta t$ cuando Δt, y por lo tanto Δx, se aproxima a cero. Así podremos decir,

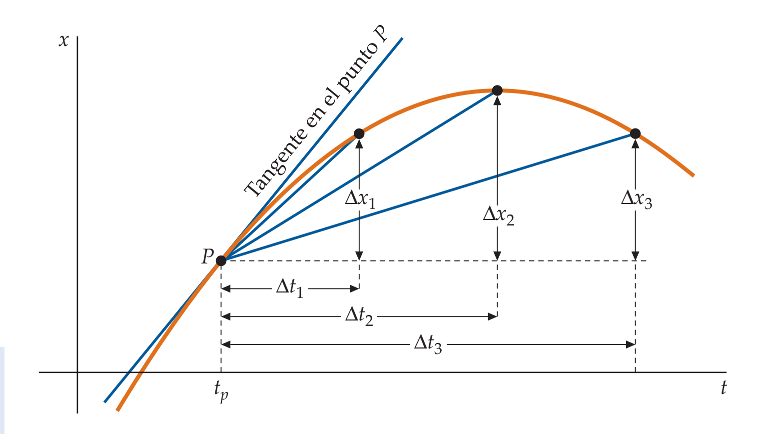


FIGURA 2.5 Gráfico de x en función de t. Obsérvese la secuencia de intervalos de tiempo sucesivamente más pequeños Δt_3, Δt_2, Δt_1, ... La velocidad media de cada intervalo es la pendiente de la línea recta para dicho intervalo. A medida que los intervalos se hacen más pequeños, estas pendientes se aproximan a la pendiente de la tangente a la curva en el punto t_1. La pendiente de esta línea se define como la velocidad instantánea en el tiempo t_1.

> La velocidad instantánea es el límite de la relación $\Delta x/\Delta t$ cuando Δt se aproxima al valor cero.
>
> $$v_x(t) = \lim_{\Delta t\to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$
>
> = pendiente de la línea tangente a la curva x función de t — 2.4
>
> DEFINICIÓN: VELOCIDAD INSTANTÁNEA

Este límite se denomina derivada de x respecto a t. La notación habitual para la derivada es dx/dt. Utilizando esta notación, la ecuación 2.4 se convierte en

$$v_x(t) = \lim_{\Delta t\to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \qquad 2.5$$

> ***Véase el* Apéndice de matemáticas *para más información sobre***
> **Cálculo diferencial**

Esta pendiente puede ser positiva, negativa o nula; por consiguiente, en un movimiento unidimensional la velocidad instantánea puede ser positiva (x creciente) o negativa (x decreciente) o nula (no hay movimiento). En un objeto que se mueve a velocidad constante, la velocidad instantánea coincide con la velocidad media. El gráfico de la posición respecto del tiempo del movimiento del objeto (figura 2.6) es una línea recta, cuya pendiente es la velocidad.

La velocidad instántanea es un vector. Su módulo lo denominamos módulo de la **velocidad instantánea**. En lo que queda de texto se utilizará "velocidad" en lugar de "velocidad instantánea" y "módulo de la velocidad" en lugar de "módulo de la velocidad instantánea", excepto cuando sea recomendable el uso del adjetivo "instantáneo" para mayor énfasis o claridad.

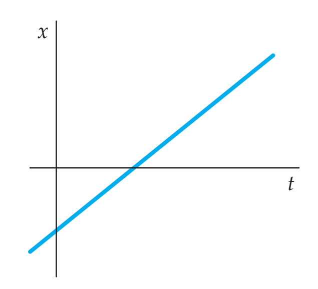


FIGURA 2.6 Gráfico posición-tiempo de una partícula que se mueve a velocidad constante.

Ejemplo 2.5 Posición de una partícula en función del tiempo — *Inténtelo usted mismo*

La posición de una partícula viene descrita por la función indicada en la figura 2.7. Hallar la velocidad instantánea en el instante t = 2 s. ¿Cuándo es mayor la velocidad? ¿Cuándo es nula? ¿Es negativa alguna vez?

PLANTEAMIENTO En la figura 2.7 hemos dibujado la línea tangente a la curva en el instante t = 2 s. La pendiente de la línea tangente es la velocidad instantánea de la partícula en el tiempo dado. Puede utilizarse esta figura para medir la pendiente de la línea tangente.

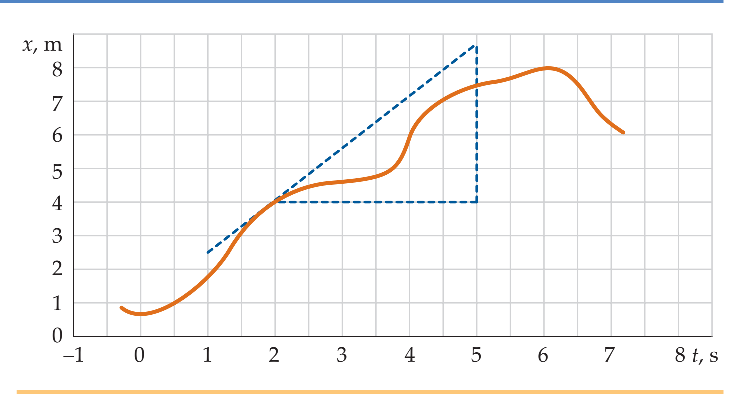


FIGURA 2.7

SOLUCIÓN

Tape la columna de la derecha e intente resolverlo usted mismo.

Pasos	Respuestas
1. Determinar los valores x_1 y x_2 sobre la línea tangente en los instantes $t_1 = 2{,}0$ s y $t_2 = 5{,}0$ s.	$x_1 \approx 4{,}0$ m, $x_2 \approx 8{,}5$ m
2. Calcular la pendiente de la línea tangente a partir de estos valores. Esta pendiente es igual a la velocidad instantánea en $t = 2{,}0$ s.	$v_x = \text{pendiente} \approx \dfrac{8{,}5\text{ m} - 4{,}0\text{ m}}{5{,}0\text{ s} - 2{,}0\text{ s}} = \boxed{1{,}5\text{ m/s}}$
3. Según la figura, la pendiente (y, por lo tanto, la velocidad instantánea) es $\boxed{\text{mayor en aproximadamente } t \approx 4{,}0\text{ s}}$. La pendiente y la velocidad son $\boxed{\text{cero para } t = 0{,}0 \text{ y } t = 6{,}0\text{ s}}$ y son $\boxed{\text{negativas antes de 0,0 y después de 6,0 s}}$.	

COMPROBACIÓN La posición de la partícula cambia desde la posición 1,8 m en el instante 1,0 segundos hasta que la posición es de 4,0 m a los 2,0 segundos, por lo que la velocidad media para el intervalo comprendido entre 1,0 s y 2,0 s es de 2,2 m/s. Esta velocidad tiene el mismo orden de magnitud que la velocidad instantánea a los 1,8 s, por lo que el paso 2 es plausible.

PROBLEMA PRÁCTICO 2.1 ¿Cuál es la velocidad media de esta partícula entre $t = 2{,}0$ s y $t = 5{,}0$ s?

Ejemplo 2.6 Caída de una piedra desde un acantilado

La posición de una piedra que a partir del reposo se deja caer desde un acantilado viene dada por $x = 5t^2$, donde x se mide en metros y hacia abajo desde la posición inicial cuando $t = 0$, y t se expresa en segundos. Hallar la velocidad en un instante t cualquiera. (Se omite la indicación explícita de la unidades para simplificar la notación.)

PLANTEAMIENTO Podemos calcular la velocidad de un instante determinado t calculando la derivada dx/dt directamente a partir de su definición en la ecuación 2.4. En la figura 2.8 se muestra la curva correspondiente que nos da x en función de t. Las líneas tangentes están dibujadas en los tiempos t_1, t_2 y t_3. Las pendientes de estas líneas tangentes crecen uniformemente, indicando que la velocidad instantánea crece uniformemente con el tiempo.

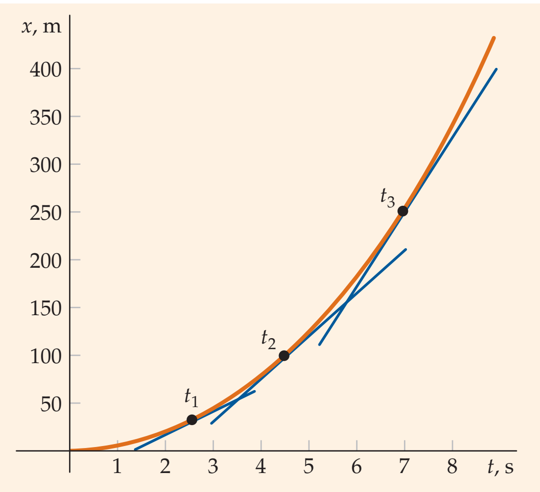


FIGURA 2.8

SOLUCIÓN

1. Por definición la velocidad instantánea es: $v_x(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \dfrac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t}$
2. Podemos calcular el desplazamiento Δx a partir de la función posición $x(t)$: $x(t) = 5t^2$
3. En un tiempo posterior $t + \Delta t$, la posición $x(t + \Delta t)$, viene dada por: $x(t + \Delta t) = 5(t + \Delta t)^2 = 5[t^2 + 2t\,\Delta t + (\Delta t)^2] = 5t^2 + 10t\,\Delta t + 5(\Delta t)^2$
4. El desplazamiento para este intervalo de tiempo será: $\Delta x = x(t + \Delta t) - x(t) = [5t^2 + 10t\,\Delta t + 5(\Delta t)^2] - 5t^2 = 10t\,\Delta t + 5(\Delta t)^2$
5. Dividir Δx por Δt para determinar la velocidad media en este intervalo de tiempo: $v_{m\,x} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{10t\,\Delta t + 5(\Delta t)^2}{\Delta t} = 10t + 5\,\Delta t$
6. A medida que consideramos intervalos de tiempo cada vez más cortos, Δt se aproxima a cero y el segundo termino, $5\Delta t$, tiende a cero; en cambio, el primer término, $10t$, permanece invariable: $v_x(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} (10t + 5\,\Delta t) = \boxed{10t}$ donde v_x se da en m/s y t se da en s.

COMPROBACIÓN La piedra parte del reposo y va cada vez más deprisa. El resultado para la velocidad es $v_x = 10t$, es decir, 0 cuando $t = 0$, y aumenta a medida que lo hace el tiempo. Por lo tanto, $v_x = 10t$ es un resultado plausible.

OBSERVACIÓN Si hubiéramos hecho $\Delta t = 0$ en los pasos 4 y 5, el desplazamiento hubiera sido $\Delta x = 0$, en cuyo caso la relación $\Delta x/\Delta t$ quedaría indefinida. En su lugar, hemos dejado Δt como una variable hasta el paso final, cuando el límite $\Delta t \to 0$ está bien definido.

Para calcular las derivadas de forma rápida, utilizaremos unas reglas que están basadas en el cálculo de límites como en el ejemplo anterior (véase tabla A.4 en el Apéndice A). Una regla particularmente útil es

$$\text{Si} \quad x = Ct^n, \quad \text{entonces} \quad \frac{dx}{dt} = Cnt^{n-1} \qquad 2.6$$

donde C y n son constantes. Utilizando esta regla en el ejemplo 2.6, resulta $x = 5t^2$ y $v_x = dx/dt = 10t$, de acuerdo con los resultados anteriores.

2.2 ACELERACIÓN

La aceleración es la tasa de cambio de la velocidad instantánea. Cuando, por ejemplo, un conductor aprieta el pedal del acelerador de su coche, espera cambiar su velocidad. La **aceleración media** en un intervalo particular de tiempo $\Delta t = t_f - t_i$, se define como el cociente $\Delta \boldsymbol{v}/\Delta t$, donde $\Delta \boldsymbol{v} = v_f - v_i$:

$$a_{m\,x} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{f\,x} - v_{i\,x}}{t_f - t_i} \qquad (\text{por tanto, } \Delta v_x = a_{m\,x}\,\Delta t) \qquad 2.7$$

DEFINICIÓN: ACELERACIÓN MEDIA

La aceleración tiene dimensiones de velocidad (L/T) dividida por el tiempo (T), es decir, tiene las dimensiones de una longitud dividida por el tiempo al cuadrado. La unidad en el SI es m/s². Al igual que el desplazamiento y la velocidad, la aceleración es una magnitud vectorial. En un movimiento unidimensional, usamos los signos + y − para indicar la dirección de la aceleración. La ecuación 2.7 nos indica que para que a_m sea positiva $\Delta \boldsymbol{v}_x$ debe ser positivo y viceversa.

La **aceleración instantánea** es el límite del cociente $\Delta \boldsymbol{v}/\Delta t$ cuando Δt tiende a cero. Si representamos la velocidad en función del tiempo, la aceleración instantánea en el tiempo t se define como la pendiente de la línea tangente a la curva en ese tiempo.

$$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$$
$$= \text{pendiente de la línea tangente a la curva de } v \text{ en función de } t \qquad 2.8$$

DEFINICIÓN: ACELERACIÓN INSTANTÁNEA

La aceleración es, por lo tanto, la derivada de la velocidad v_x respecto al tiempo, dv_x/dt. Como la velocidad es también la derivada de la posición x respecto a t, la aceleración es la segunda derivada de x respecto a t, d^2x/dt^2. Podemos ver el origen de esta notación escribiendo la aceleración como dv_x/dt, y sustituyendo v_x por dx/dt:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d(dx/dt)}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad 2.9$$

Obsérvese que cuando el intervalo de tiempo se hace muy pequeño, la aceleración media y la aceleración instantánea coinciden. Por lo tanto, a partir de ahora utilizaremos el vocablo aceleración para referirnos a la "aceleración instantánea".

Es importante darse cuenta que el signo de la aceleración de un objeto no indica si está aumentando o disminuyendo su velocidad. Para saberlo hay que comparar los signos de la velocidad y de la aceleración. Si v_x y a_x son ambas positivas, v_x se hace cada vez más positiva, por lo que el módulo de la velocidad aumenta. Si v_x y a_x son ambas negativas, v_x se hace cada vez más negativa por lo que el módulo de la velocidad aumenta. Cuando v_x y a_x tienen signos opuestos, el objeto se frena. Si v_x es positiva y a_x negativa, v_x se hace cada vez menos positiva de forma que el módulo de la velocidad disminuye. Si v_x es negativa y a_x positiva, v_x se hará cada vez

! La deceleración no significa que la aceleración sea negativa sino que los signos de la velocidad y de la aceleración son distintos.



COMPROBACIÓN CONCEPTUAL 2.1

Usted va en su coche siguiendo a otro coche que circula a gran velocidad. De repente, el conductor del vehículo de delante frena bruscamente hasta parar para evitar pasar por un enorme bache. Tres centésimas de segundo después de que usted vea las luces de freno iluminarse, usted frena. Suponga que los dos coches se mueven a la misma velocidad y que ambos vehículos frenan de la misma forma, es decir, disminuyen su velocidad con el mismo ritmo. La distancia entre los dos coches, ¿es constante cuando los dos coches frenan al unísono?

menos negativa de forma que el módulo de la velocidad disminuye. En resumen, si v_x y a_x tienen el mismo signo, el módulo de la velocidad aumenta, mientras que si tienen signos opuestos, el módulo de la velocidad disminuye. Cuando un objeto se frena decimos que se desacelera.

Si la aceleración es cero, no hay cambio temporal de la velocidad —la velocidad es constante. En este caso, el gráfico de x en función de t es una línea recta. Si la aceleración no es cero pero es constante, como en el ejemplo 2.13, entonces la velocidad varía linealmente con el tiempo y x varía cuadráticamente con el tiempo.

Ejemplo 2.7 Un felino rápido

Un guepardo puede acelerar de 0 a 96 km/h en 2 s, mientras que una moto requiere 4,5 s. Calcular las aceleraciones medias del guepardo y de la moto, y compararlas con la aceleración de caída libre debida a la gravedad, $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$.



(Gunther Ziesler/Peter Arnold.)

PLANTEAMIENTO Tenemos las velocidades iniciales y finales y el intervalo de tiempo que utilizan el felino y la moto, por lo que usando la ecuación 2.7 podemos determinar la aceleración de ambos.

SOLUCIÓN

1. Convertir 96 km/h a m/s: $96\ \frac{\text{km}}{\text{h}}\left(\frac{1\ \text{h}}{3600\ \text{s}}\right)\left(\frac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}}\right) = 26{,}7\ \text{m/s}$

2. Determinar la aceleración media a partir de los datos suministrados: guepardo $a_{\text{m}\,x} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{26{,}7\ \text{m/s} - 0}{2{,}0\ \text{s}} = 13{,}3\ \text{m/s}^2 = \boxed{13\ \text{m/s}^2}$

   moto $a_{\text{m}\,x} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{26{,}7\ \text{m/s} - 0}{4{,}5\ \text{s}} = 5{,}93\ \text{m/s}^2 = \boxed{5{,}9\ \text{m/s}^2}$

3. Comparar los resultados con la aceleración de la gravedad, multiplicando por el factor de conversión $1g/9{,}81\ \text{m/s}^2$: guepardo $13{,}3\ \text{m/s}^2 \times \frac{1g}{9{,}81\ \text{m/s}^2} = 1{,}36g = \boxed{1{,}4g}$

   moto $5{,}93\ \text{m/s}^2 \times \frac{1g}{9{,}81\ \text{m/s}^2} = 0{,}604g = \boxed{0{,}60g}$

COMPROBACIÓN La moto tarda casi el doble que el guepardo para acelerar hasta la misma velocidad, con lo cual tiene sentido que la aceleración de la moto sea algo menor que la mitad de la aceleración del guepardo.

OBSERVACIÓN Para reducir los errores de redondeo, los cálculos hay que hacerlos usando valores con al menos tres dígitos aunque al final los resultados se presenten usando sólo dos dígitos significativos.

PROBLEMA PRÁCTICO 2.2 Un coche se mueve a 45 km/h en el tiempo $t = 0$. El coche acelera de forma constante a razón de 10 km/(h·s). (*a*) ¿Cuál es su velocidad cuando $t = 2{,}0$ s? (*b*) ¿En qué momento el coche se mueve a 70 km/h?

Ejemplo 2.8 La velocidad y la aceleración en función del tiempo

La posición de una partícula viene dada por $x = Ct^3$, siendo C una constante cuyas unidades son m/s³. Hallar la velocidad y aceleración en función del tiempo.

PLANTEAMIENTO Podemos determinar la velocidad aplicando $dx/dt = Cnt^{n-1}$ (ecuación 2.6) a la posición de la partícula, donde en este caso n vale 3. A continuación, repetimos el proceso para calcular la derivada temporal de la velocidad.

SOLUCIÓN

1. Las dimensiones de x y t son L y T, respectivamente: $C = \frac{x}{t^3} \Rightarrow [C] = \frac{[x]}{[t]^3} = \boxed{\frac{\text{L}}{\text{T}^3}}$

2. La velocidad puede determinarse aplicando $dx/dt = Cnt^{n-1}$ (ecuación 2.6): $x = Ct^n = Ct^3$

   $v_x = \frac{dx}{dt} = Cnt^{n-1} = C3t^{3-1} = \boxed{3Ct^2}$

3. La derivada de la velocidad respecto al tiempo nos da la aceleración: $a = \frac{dv_x}{dt} = Cnt^{n-1} = 3C(2)(t^{2-1}) = \boxed{6Ct}$

COMPROBACIÓN Podemos comprobar las dimensiones de nuestras respuestas. Para la velocidad $[v_x] = [C][t^2] = (L/T^3)(T^2) = L/T$. Para la aceleración $[a_x] = [C][t] = (L/T^3)(T) = L/T^2$.

PROBLEMA PRÁCTICO 2.3 Si un coche acelera desde el reposo en $x = 0$ con aceleración constante a_x, su velocidad v_x depende de a_x y de la distancia recorrida. ¿Cuál de las ecuaciones siguientes tiene las dimensiones correctas y, por lo tanto, es una forma plausible de relacionar x, a_x, y v_x?

(*a*) $v_x = 2a_x x$ (*b*) $v_x^2 = 2a_x/x$ (*c*) $v_x = 2a_x x^2$ (*d*) $v_x^2 = 2a_x x$

DIAGRAMAS DEL MOVIMIENTO

Frecuentemente, al resolver problemas de física hay que estimar la dirección del vector aceleración* a partir de la descripción del movimiento. Los diagramas del movimiento pueden resultar útiles. El móvil se dibuja a intervalos de tiempo constantes. Por ejemplo, supongamos que estamos en un trampolín y que queremos describir el movimiento desde que saltamos para caer en el trampolín y salir rebotados. En la figura 2.9*a* se muestra el diagrama del movimiento de la primera fase. Los puntos representan nuestra posición a intervalos de tiempo iguales, por lo que el espacio entre puntos consecutivos aumenta, ya que la velocidad aumenta también. Las cifras que aparecen junto a los puntos indican la progresión del tiempo y junto a cada punto una flecha representa la velocidad. La dirección de cada flecha indica la dirección de la velocidad en cada instante y la longitud de la flecha representa el módulo de la velocidad. El vector aceleración va en la dirección en que el vector velocidad cambia, que es hacia abajo. En general, si las flechas de la velocidad se alargan a medida que el tiempo progresa, la aceleración va en la misma dirección que la velocidad. Por otro lado, si las flechas de la velocidad se hacen más cortas a medida que avanza el tiempo (figura 2.9*b*), la aceleración va en la dirección opuesta a la velocidad. La figura 2.9*b* es el diagrama de nuestro movimiento cuando después de saltar sobre el trampolín, nos movemos hacia arriba.

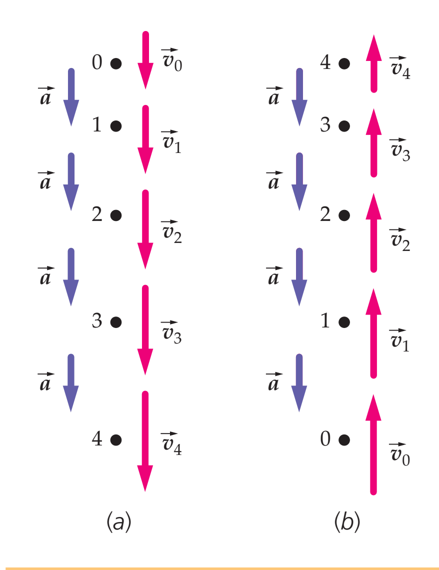


FIGURA 2.9 Diagramas del movimiento. Los intervalos de tiempo entre puntos sucesivos son idénticos. (*a*) El vector velocidad aumenta, lo cual significa que la aceleración va en la dirección del vector velocidad. (*b*) El vector velocidad disminuye, lo cual significa que la aceleración va en la dirección opuesta a la del vector velocidad.

2.3 MOVIMIENTO CON ACELERACIÓN CONSTANTE

El movimiento de una partícula que tiene aceleración casi constante es corriente en la naturaleza. Por ejemplo, cerca de la superficie de la Tierra todos los objetos caen verticalmente con aceleración de la gravedad constante (si puede despreciarse la resistencia del aire). Otros ejemplos de aceleración casi constante podrían ser un avión acelerando por la pista para despegar, el movimiento de un coche frenando frente a un semáforo en rojo o un coche acelerando cuando el semáforo cambia a verde. En una partícula en movimiento, la velocidad final v_x es igual a la velocidad inicial más el cambio de la velocidad, y el cambio de la velocidad es la aceleración media multiplicada por el tiempo. Es decir,

$$v_x = v_{0x} + \Delta v = v_{0x} + a_{m\,x}\,\Delta t \tag{2.10}$$

Si una partícula tiene aceleración constante a_x, su aceleración instantánea y su aceleración media coinciden. Es decir,

$$a_x = a_{m\,x} \qquad (a_x \text{ es constante}) \tag{2.11}$$

Dado que son frecuentes las situaciones en que la aceleración es constante, podemos utilizar las ecuaciones de la aceleración y la velocidad para obtener un conjunto especial de **ecuaciones cinemáticas** para aquellos problemas que comporten aceleración constante en una dimensión.

* En el capítulo 1 se introdujeron el vector velocidad y el vector aceleración, y se tratarán con más detalle en el capítulo 3.

DEDUCCIÓN DE LAS ECUACIONES CINEMÁTICAS CON ACELERACIÓN CONSTANTE

Supongamos que una partícula que se mueve con aceleración constante a_x tiene una velocidad v_{0x} cuando el tiempo vale $t_0 = 0$, y v_x es la velocidad en un tiempo t posterior. Combinando las ecuaciones 2.10 y 2.11, tenemos

$$v_x = v_{0x} + a_x t \qquad (a_x \text{ es constante}) \qquad 2.12$$

ACELERACIÓN CONSTANTE, v EN FUNCIÓN DE t

Esta es la ecuación de una línea recta en un gráfico de v en función de t (figura 2.10). La pendiente de la línea es la aceleración a_x.

Si buscamos una ecuación para la posición de x en función del tiempo, consideramos primero el caso especial del movimiento a velocidad constante $v_x = v_{0x}$ (figura 2.11). El desplazamiento Δx en el intervalo de tiempo Δt es

$$\Delta x = v_{0x}\,\Delta t \qquad (a_x = 0)$$

El área del rectángulo sombreado en el gráfico v_x-t (figura 2.11*a*) se calcula multiplicando la altura v_{0x} por la anchura Δt, por lo que el desplazamiento Δx es el área bajo la curva. Si v_{0x} es negativo (figura 2.11*b*), tanto el área como el desplazamiento son negativos. Normalmente, el área es una magnitud positiva. Sin embargo, en este contexto este no es el caso. Si v_{0x} es negativo, la altura de la curva es negativa y el área bajo la curva es la magnitud negativa $v_{0x}\,\Delta t$.

La interpretación geométrica del desplazamiento a partir del área bajo la curva v_x-t no sólo vale si la velocidad es constante sino que vale en general, tal como se ilustra en la figura 2.12. Para demostrar esta afirmación, dividimos primero el intervalo de tiempo en pequeños intervalos Δt_1, Δt_2, y así sucesivamente. Tal como se muestra en la figura, se dibujan unos rectángulos. El área del rectángulo correspondiente al intervalo Δt_i es $v_i\,\Delta t_i$ que es, aproximadamente, igual al desplazamiento Δx_i

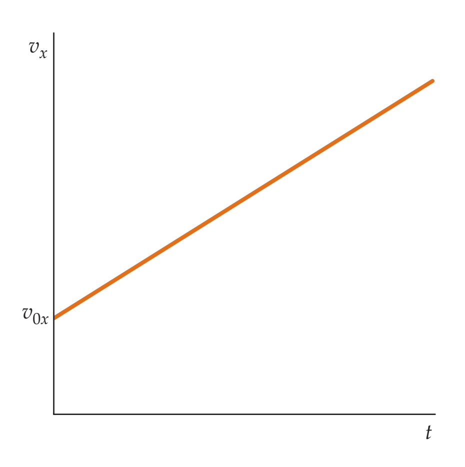


FIGURA 2.10 Gráfico de la velocidad en función del tiempo con aceleración constante.

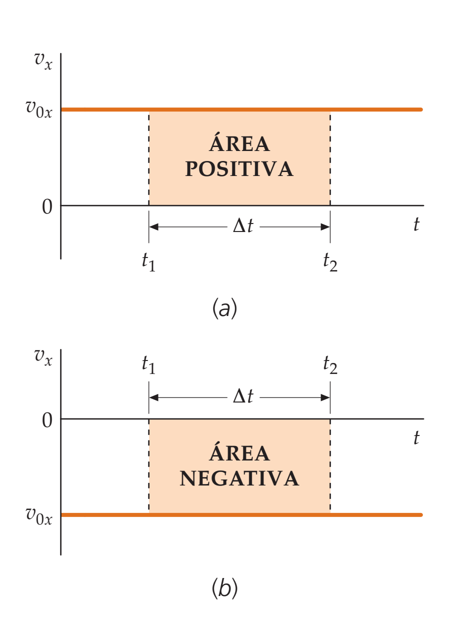


FIGURA 2.11 Gráficos del movimiento a velocidad constante.

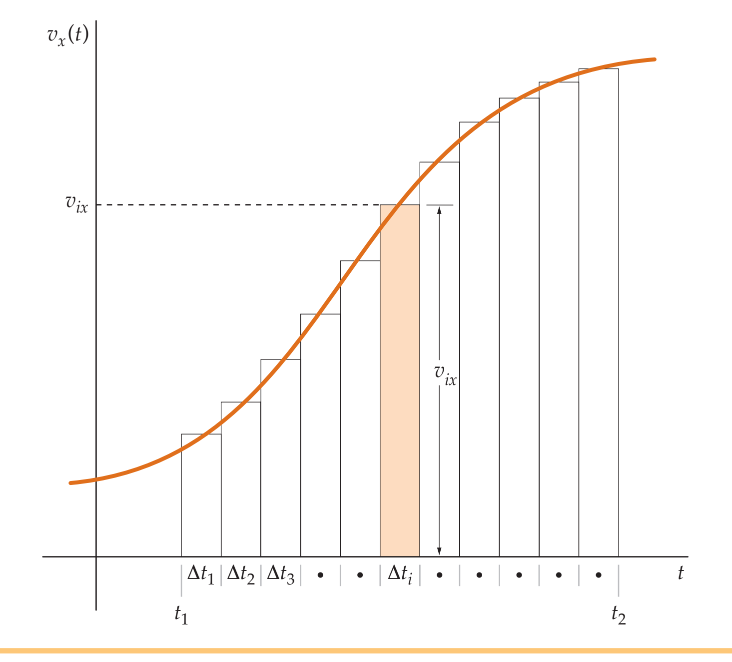


FIGURA 2.12 Gráfico de una curva general de $v_x(t)$ en función de t. El desplazamiento total desde t_1 hasta t_2 es el área bajo la curva en este intervalo, que puede obtenerse, aproximadamente, sumando las áreas de los rectángulos.

durante el intervalo Δt_i. La suma de las áreas de los rectángulos es, aproximadamente, igual a la suma de cada uno de los desplazamientos en cada intervalo de tiempo y coincide, aproximadamente, con el desplazamiento total entre los tiempos t_1 y t_2. Podemos hacer la aproximación tan precisa como queramos poniendo tantos rectángulos bajo la curva como queramos, cada uno de los cuales tendrá un valor de Δt más pequeño. En el límite de rectángulos infinitamente pequeños, la suma resultante se aproxima al valor del área bajo la curva, que a su vez coincide con el desplazamiento. Así, el desplazamiento Δx es el área bajo la curva v_x-t.

Para una aceleración constante (figura 2.13*a*), Δx es el área de la región sombreada. Esta región se divide en un rectángulo y un triángulo de área $v_{1x}\,\Delta t$ y $\frac{1}{2}a_x(\Delta t)^2$, respectivamente, donde $\Delta t = t_2 - t_1$. Por lo tanto

$$\Delta x = v_{1x}\,\Delta t + \tfrac{1}{2}a_x(\Delta t)^2 \qquad 2.13$$

Si $t_1 = 0$ y $t_2 = t$, la ecuación 2.13 resulta

$$x - x_0 = v_{0x}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 \qquad 2.14$$

ACELERACIÓN CONSTANTE: $x(t)$

donde x_0 y v_{0x} son la posición y la velocidad en el tiempo $t = 0$, y $x = x(t)$ es la posición en el tiempo t. El término $v_{0x}t$ representa el desplazamiento que tendría lugar si a_x fuera cero y el término $\frac{1}{2}a_x t^2$ es el desplazamiento adicional debido a la aceleración constante.

Usamos ahora las ecuaciones 2.12 y 2.14 para obtener dos ecuaciones cinemáticas para el caso de la aceleración constante. Despejando t de la ecuación 2.12 y sustituyendo su valor en la ecuación 2.14, se obtiene

$$\Delta x = v_{0x}\frac{v_x - v_{0x}}{a_x} + \frac{1}{2}a_x\left(\frac{v_x - v_{0x}}{a_x}\right)^2$$

Multiplicando ambos lados por $2a_x$, obtenemos

$$2a_x\,\Delta x = 2v_{0x}(v_x - v_{0x}) + (v_x - v_{0x})^2$$

Simplificando y ordenando los términos, se llega a

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x\,\Delta x \qquad 2.15$$

ACELERACIÓN CONSTANTE: $v_x(x)$

La definición de velocidad media (ecuación 2.3) queda

$$\Delta x = v_{m\,x}\,\Delta t$$

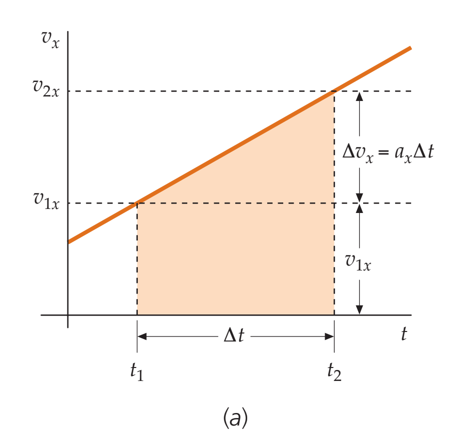
donde $v_{m\,x}\,\Delta t$ es el área bajo la línea horizontal de altura $v_{m\,x}$ en la figura 2.13*b*, y Δx es el área bajo la curva v_x-t en la figura 2.13*a*. Se puede ver que si $v_{m\,x} = \frac{1}{2}(v_{1x} + v_{2x})$, el área bajo la línea de altura v_m en la figura 2.13*a* y el área bajo la curva v_x-t en la figura 2.13*b* son iguales. Así

$$v_{m\,x} = \tfrac{1}{2}(v_{1x} + v_{2x}) \qquad 2.16$$

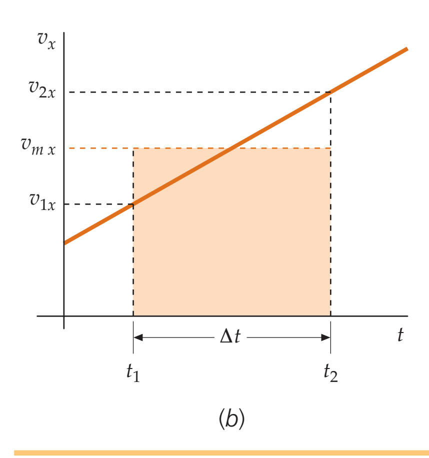
ACELERACIÓN CONSTANTE: $v_{m\,x}$ Y v_x

En un movimiento con aceleración constante, la velocidad media es la media de las velocidades final e inicial.

Un ejemplo de una situación en que la ecuación 2.16 no se puede aplicar, sería el de un corredor que tarda 40,0 min en recorrer una distancia de 10,0 km. La velocidad media de la carrera es 0,250 km/min, calculada usando la definición de



(*a*)



(*b*)

FIGURA 2.13 Gráficos del movimiento con aceleración constante.

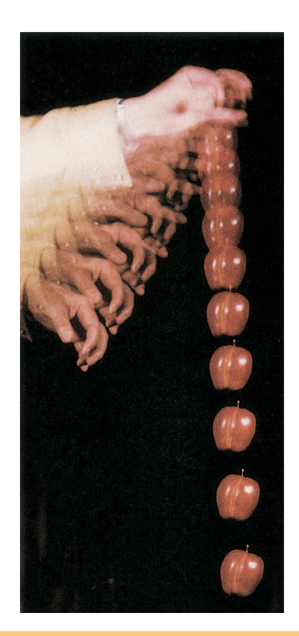


"Va de cero a 60 en unos 3 segundos." (*© Sydney Harris.*)

! La ecuación 2.16 es aplicable sólo cuando la aceleración es constante durante los intervalos de tiempo.

velocidad media ($v_{m\,x} = \Delta x/\Delta t$). El corredor comienza la carrera desde el reposo ($v_{1x} = 0$) y durante los primeros segundos su velocidad aumenta rápidamente alcanzando el valor constante v_{2x} que se mantiene durante el resto de la carrera. El valor de v_{2x} es ligeramente superior al de la velocidad media mientras que si calculamos la velocidad media mediante la ecuación 2.16 resulta un valor de 0,125 km/h, que es, aproximadamente, la mitad del valor dado por la definición de velocidad media. La ecuación 2.16 no puede aplicarse, ya que la aceleración no es constante durante toda la carrera.

Las ecuaciones 2.12, 2.14, 2.15 y 2.16 se usan para resolver problemas cinemáticos con aceleración constante en una dimensión. La elección de qué ecuación o ecuaciones se usan para un problema particular depende de la información de la que se disponga y de qué pregunta se tiene que resolver. La ecuación 2.15 es útil, por ejemplo, si se quiere determinar la velocidad final de una pelota que cae, partiendo del reposo, desde una altura x cuando no estamos interesados en saber la duración de la caída.



Fotografía estroboscópica de la caída de una manzana a 60 destellos por segundo. La aceleración de la manzana viene indicada por el mayor espaciado que se observa en las imágenes inferiores. *(Estate of Harold E. Edgerton/Palm Press.)*

USO DE LAS ECUACIONES CINEMÁTICAS CON LA ACELERACIÓN CONSTANTE

Revise la Estrategia de resolución de problemas para resolver problemas usando las ecuaciones cinemáticas. Examine entonces los ejemplos de movimiento unidimensional con aceleración constante que hay a continuación.

ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Movimiento en una dimensión con aceleración constante

PLANTEAMIENTO Averiguar si el problema pide determinar el tiempo, la distancia, la velocidad o la aceleración de un objeto.

SOLUCIÓN Siga los pasos siguientes para resolver problemas de un movimiento con aceleración constante en una dimensión.

1. Dibuje una figura que muestre la posición inicial y final de la partícula. La figura debe contener un eje de coordenadas indicando los sentidos positivo y negativo, y señale las coordenadas y la velocidad inicial y final del objeto. Señale la aceleración.
2. Seleccione una de las ecuaciones cinemáticas con aceleración constante (ecuaciones 2.12. 2.14, 2.15 y 2.16). Sustituya los valores en la ecuación y, si es posible, despeje la magnitud deseada.
3. Si es necesario, seleccione otra de las ecuaciones cinemáticas con aceleración constante, sustituya los valores dados en ella y despeje la magnitud deseada.

COMPROBACIÓN Hay que comprobar que las respuestas sean dimensionalmente consistentes y que las unidades sean correctas. Además, compruebe que los signos y el orden de magnitud del resultado concuerdan con lo que era razonable esperar.

Problemas con un objeto Empezaremos con diversos ejemplos que muestran el movimiento de un objeto.

Ejemplo 2.9 Distancia de frenado de un vehículo

Una persona que conduce un vehículo de noche por una autopista ve de pronto, a cierta distancia, un coche parado y frena hasta detenerse con una aceleración de 5 m/s^2. ¿Cuál es la distancia de frenado del vehículo si su velocidad inicial es (a) 15 m/s o (b) 30 m/s?

PLANTEAMIENTO Use la Estrategia para la resolución de problemas que precede a este ejemplo. En la figura, el coche se dibuja mediante un punto. Elegimos la dirección x como la

dirección del movimiento y la posición incial $x_0 = 0$. Entonces, la velocidad inicial es $v_{0x} = +15$ m/s, la velocidad final es $v_x = 0$ y la aceleración es $a_x = -5$ m/s^2, ya que la velocidad disminuye. Queremos determinar la distancia recorrida, Δx. Como no necesitamos conocer el tiempo que tarda el coche en detenerse, utilizamos la ecuación 2.15 como la más conveniente.

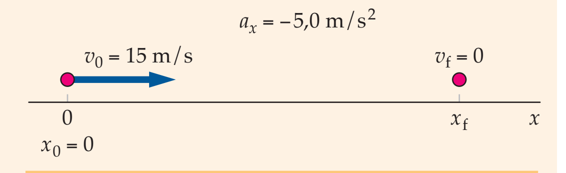


FIGURA 2.14

SOLUCIÓN

(*a*) 1. Dibuje el coche en sus posiciones inicial y final (figura 2.14). Incluya un eje de coordenadas y señale los parámetros cinemáticos.

2. Usando la ecuación 2.15 calcule el desplazamiento Δx:

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x \Delta x$$
$$0 = (15 \text{ m/s})^2 + 2(-5{,}0 \text{ m/s}^2)\Delta x$$
$$\Delta x = 22{,}5 \text{ m} = \boxed{23 \text{ m}}$$

(*b*) Sustituya la velocidad inicial de 30 m/s en la expresión para Δx obtenida en la parte (*a*) (véase la figura 2.14):

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x \Delta x$$
$$0 = (30 \text{ m/s})^2 + 2(-5{,}0 \text{ m/s}^2)\Delta x$$
$$\Delta x = \boxed{90 \text{ m}}$$

COMPROBACIÓN La velocidad del coche disminuye 5,0 m/s cada segundo. Si su velocidad inicial es 15 m/s invertirá 3,0 s hasta pararse. Durante los 3,0 s tiene una velocidad media igual a la mitad de 15 m/s, por lo que recorrerá $\frac{1}{2}$(15 m/s)(3,0 s) = 23 m. Esto confirma nuestro resultado del apartado (*a*). El resultado del apartado (*b*) puede confirmarse de forma parecida.

Ejemplo 2.10 Distancia de frenado — *Inténtelo usted mismo*

En el ejemplo 2.9, (*a*) ¿cuánto tiempo tarda el coche en detenerse si su velocidad inicial es 30 m/s? (*b*) ¿Qué distancia recorre el coche durante el último segundo?

PLANTEAMIENTO Use la Estrategia para la resolución de problemas que precede al ejemplo 2.9. (*a*) En este apartado del problema se pide determinar el tiempo que el coche tarda en pararse. Se conoce la velocidad inicial $v_{0x} = 30$ m/s. A partir del ejemplo 2.9, se sabe que el coche lleva una aceleración $a_x = -5{,}0$ m/s^2. La ecuación 2.12 relaciona el tiempo, la velocidad y la aceleración. (*b*) Como la velocidad disminuye en 5 m/s cada segundo, la velocidad que tendrá el coche 1 s antes de detenerse debe ser de 5 m/s. Determinar la velocidad media durante el último segundo y con ella calcular la distancia recorrida.

SOLUCIÓN

Tape la columna de la derecha e intente resolverlo usted mismo.

Pasos	**Respuestas**
(*a*) 1. Represente el coche mediante un punto pequeño en sus posiciones inicial y final (Figura 2.15). Incluya un eje de coordenadas y los parámetros cinemáticos.	
2. Use la ecuación 2.12 para determinar el tiempo que le cuesta parar Δt.	$\Delta t = \boxed{6{,}0 \text{ s}}$
(*b*) 1. Represente el coche, mediante un punto pequeño, en sus posiciones inicial y final (figura 2.16). Incluya un eje de coordenadas.	
2. Calcular la velocidad media durante el último segundo, a partir de $v_{mx} = \frac{1}{2}(v_{ix} + v_{fx})$.	$v_{mx} = 2{,}5$ m/s
3. Calcular la distancia recorrida a partir de $\Delta x = v_{mx} \Delta t$.	$\Delta x = v_{mx} \Delta t = \boxed{2{,}5 \text{ m}}$

$a_x = -5{,}0$ m/s^2; $v_{0x} = 30$ m/s; $v_{fx} = 0$; 0; $x_0 = 0$; $t_0 = 0$; x_f; t_f; x

FIGURA 2.15

$a_x = -5{,}0$ m/s^2; $v_{0x} = 30$ m/s; v_1; $v_{fx} = 0$; 0; $x_0 = 0$; $t_0 = 0$; x_1; t_1; x_f; t_f; x

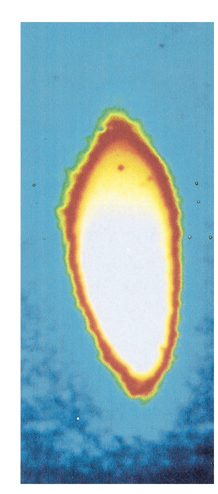
FIGURA 2.16

COMPROBACIÓN No esperamos que el coche se mueva muy rápido durante el último segundo. Así que el resultado de 2,5 m del apartado (*b*) parece plausible.

Ejemplo 2.11 Un electrón viajero — *Inténtelo usted mismo*

Un electrón en un tubo de rayos catódicos acelera desde el reposo con una aceleración constante de $5{,}33 \times 10^{12}\ \mathrm{m/s^2}$ durante 0,150 μs (1 $\mu\mathrm{s} = 10^{-6}$ s). El electrón se mueve otros 0,200 μs a velocidad constante y, finalmente, se para con una aceleración de $-2{,}67 \times 10^{13}\ \mathrm{m/s^2}$. ¿Qué distancia recorre el electrón?





Acelerador lineal de unos tres kilómetros de longitud de la Universidad de Stanford (EE.UU.). Se utiliza para acelerar electrones y positrones en línea recta a velocidades próximas a las de la luz. Sección transversal del haz de electrones del acelerador, tal como se observa en un monitor de vídeo. *(Stanford Linear Accelerator, U.S. Department of Energy.)*

PLANTEAMIENTO La aceleración cambia dos veces durante el movimiento del electrón, por lo que no se pueden aplicar las ecuaciones con aceleración constante a todo el movimiento de la partícula. Sin embargo, se puede dividir el movimiento del electrón en tres intervalos, cada uno de los cuales tiene una aceleración constante distinta, usando la posición y la velocidad final del primer intervalo como las condiciones iniciales para el segundo intervalo y la posición y la velocidad final del segundo intervalo como las condiciones iniciales para el tercer intervalo. Aplique la Estrategia para la resolución de problemas que precede al ejemplo 2.9 en cada uno de los tres intervalos con aceleración constante. Elija el origen de coordenadas en la posición inicial del electrón y el sentido positivo en el sentido de movimiento de la partícula.

SOLUCIÓN

Tape la columna de la derecha e intente resolverlo usted mismo.

$a_{01x} = 5{,}33 \times 10^{12}\ \mathrm{m/s^2}$; $a_{12x} = 0$; $a_{23x} = -2{,}67 \times 10^{13}\ \mathrm{m/s^2}$

$v_{0x} = 0$; v_{1x}; v_{2x}; $v_{3x} = 0$

0, $x_0 = 0$, $t_0 = 0$; x_1, $t_1 = 0{,}150\ \mu\mathrm{s}$; x_2, $t_2 = t_1 + 0{,}200\ \mu\mathrm{s}$; x_3, t_3; x

FIGURA 2.17

Pasos	Respuestas
1. Dibuje el electrón en sus posiciones inicial y final para cada uno de los tres intervalos de su movimiento (figura 2.17). Señale los parámetros cinemáticos y dibuje el eje de coordenadas.	
2. Si el electrón parte del reposo, $v_{0x} = 0$. Use las ecuaciones 2.12 y 2.14 para determinar la posición x_1 y v_{1x} al final del primer intervalo de 0,150 μs.	$x_1 = 6{,}00$ cm, $v_{1x} = 8{,}00 \times 10^5\ \mathrm{m/s}$
3. La aceleración es cero durante el segundo intervalo, por lo que la velocidad es constante.	$v_{2x} = v_{1x} = 8{,}00 \times 10^5\ \mathrm{m/s}$
4. Si la velocidad es constante durante el segundo intervalo, el desplazamiento Δx_{12} es igual a la velocidad, v_{1x} multiplicada por 0,200 μs.	$\Delta x_{12} = 16{,}0$ cm; por lo tanto, $x_2 = 22{,}0$ cm
5. Para calcular el desplazamiento durante el tercer intervalo, use la ecuación 2.15 con $v_{3x} = 0$.	$\Delta x_{23} = 1{,}20$ cm; por lo tanto, $x_3 = \boxed{23{,}2\ \text{cm}}$

COMPROBACIÓN Las velocidades medias son grandes, pero los intervalos de tiempo son pequeños, por lo que las distancias recorridas son modestas, como era de esperar.

Algunas veces para tener una idea del movimiento de un objeto conviene utilizar las formulas con aceleración constante aunque en realidad la aceleración varíe. Los resultados son sólo aproximaciones, no cálculos exactos. Este es el caso del ejemplo siguiente:

Ejemplo 2.12 El choque de prueba

Póngalo en su contexto

Un coche que va a 100 km/h choca contra una pared de hormigón rígida. ¿Cuál es su aceleración?



(© 1994 General Motors Corporation, all rights reserved GM Archives.)

PLANTEAMIENTO En este ejemplo no es correcto considerar el coche como una partícula, ya que las distintas partes del mismo sufrirán aceleraciones distintas al arrugarse sobre la pared. El parachoques delantero se para de forma casi instantánea mientras que el trasero lo hace posteriormente. Resolveremos el problema para la parte del coche que no se arruga, la que ocupa el conductor, y que está representada por el tornillo que fija el asiento al chasis. Realmente no esperamos que la aceleración de este tornillo sea constante. Para resolver este problema necesitamos más información: la distancia de detención o el tiempo de detención del coche. Podemos estimar la distancia de detención utilizando el sentido común. Después del impacto, el centro del coche se desplazará hacia adelante algo menos que la mitad de la longitud del coche. Tomaremos para nuestra estimación el valor razonable de 0,75 m. Como el problema no nos proporciona el tiempo, utilizaremos la relación $v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x\,\Delta x$.

SOLUCIÓN

1. Represente el tornillo mediante un círculo pequeño en sus posiciones final e inicial (figura 2.18). Incluya un eje de coordenadas y señale los parámetros cinemáticos:

$a_x < 0$; $v_{0x} = 100$ km/h; $v_{fx} = 0$; 0; $x_0 = 0$; $t_0 = 0$; $x_f = 0{,}75$ m; x; t_f

FIGURA 2.18

2. Convertir la velocidad expresada en km/h en m/s:

$$(100\ \text{km/h}) \times \left(\frac{1\ \text{h}}{60\ \text{min}}\right) \times \left(\frac{1\ \text{min}}{60\ \text{s}}\right) \times \left(\frac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}}\right) = 27{,}8\ \text{m/s}$$

3. Usando $v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x\,\Delta x$, obtener la aceleración:

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x\,\Delta x$$

por lo tanto

$$a_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2\Delta x} = \frac{0^2 - (27{,}8\ \text{m/s})^2}{2(0{,}75\ \text{m})}$$

4. Completar el cálculo de la aceleración:

$$a_x = -\frac{(27{,}8\ \text{m/s})^2}{1{,}5\ \text{m}} = -514\ \text{m/s}^2 \approx \boxed{-500\ \text{m/s}^2}$$

COMPROBACIÓN Obsérvese que el módulo de esta aceleración es superior a 50 g. Este resultado es plausible, ya que se espera que se pongan en juego aceleraciones grandes cuando se produce una colisión a altas velocidades.

PROBLEMA PRÁCTICO 2.4 Estime el tiempo que tarda el coche en detenerse.

Caída libre Muchos problemas prácticos se refieren a objetos en caída libre, es decir, objetos que caen bajo la única influencia de la gravedad. Todos los objetos en caída libre que parten de la misma velocidad inicial se mueven de forma idéntica. Como se ve en la figura 2.19, se sueltan desde el reposo, simultáneamente, una pluma y una manzana en una cámara de vacío, de modo que caen con el mismo movimiento. Ambos objetos tienen la misma aceleración. El módulo de la aceleración causada por la gravedad se designa por g, cuyo valor aproximado es $a = g \approx 9{,}81\ \text{m/s}^2 = 32{,}2\ \text{ft/s}^2$. Como g es el módulo de una aceleración, siempre es positiva. Si la dirección hacia abajo se considera positiva, la aceleración debida a la gravedad es $a_y = +g$; si se considera positiva hacia arriba, entonces $a_y = -g$.

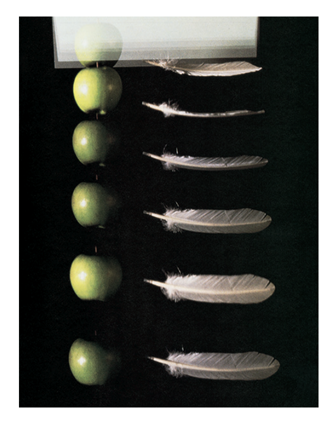


FIGURA 2.19 Se dejan caer simultáneamente una manzana y una pluma en el vacío. Ambas describen el mismo movimiento. *(James Sugar/Black Star.)*

! Como g es el *módulo* de la aceleración, g es *siempre* positiva.

Ejemplo 2.13 El birrete volador

Un estudiante de física contento por su graduación lanza su birrete hacia arriba con una velocidad inicial de 14,7 m/s. Considerando que su aceleración es 9,81 m/s² hacia abajo (despreciamos la resistencia del aire), (*a*) ¿cuánto tiempo tardará el birrete en alcanzar su punto más alto? (*b*) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada? (*c*) Suponiendo que el birrete se recoge a la misma altura de la que ha salido, ¿cuánto tiempo permanece en el aire?

PLANTEAMIENTO Cuando el birrete alcanza su punto más alto, su velocidad instantánea es cero. Así convertimos la expresión "punto más alto" a la condición matemática $v_y = 0$.

SOLUCIÓN

(*a*) 1. Dibujar el birrete en su posición inicial y en el punto más alto de su trayectoria. Incluir un eje de coordenadas y señalar el origen y las dos posiciones del birrete:

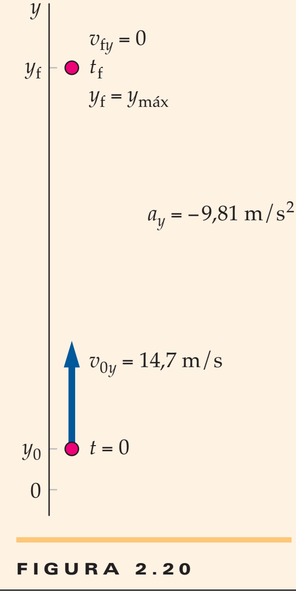


FIGURA 2.20

2. El tiempo se relaciona con la velocidad y la aceleración:

$$v_y = v_{0y} + a_y t$$

3. Hacer $v_y = 0$ y despejar t:

$$t = \frac{0 - v_{0y}}{a_y} = \frac{-14{,}7\ \text{m/s}}{-9{,}81\ \text{m/s}^2} = \boxed{1{,}50\ \text{s}}$$

(*b*) Determinar la distancia recorrida a partir del tiempo t y la velocidad media:

$$\Delta y = v_{m\,y} t = \tfrac{1}{2}(v_{0y} + v_y)\Delta t$$
$$= \tfrac{1}{2}(14{,}7\ \text{m/s} + 0)(1{,}50\ \text{s}) = \boxed{11{,}0\ \text{m}}$$

(*c*) 1. Hacer $y = y_0$ en la ecuación 2.14 y despejar t:

$$\Delta y = v_{0_y} t + \tfrac{1}{2} a_y t^2$$
$$0 = (v_{0_y} + \tfrac{1}{2} a_y t)t$$

2. Hay dos soluciones para t cuando $y = y_0$. La primera corresponde al tiempo en que se lanza el birrete y la segunda corresponde al tiempo en que se recoge:

$$t = 0 \quad \text{(primera solución)}$$
$$t = -\frac{2v_{0y}}{a_y} = -\frac{2(14{,}7\ \text{m/s})}{-9{,}81\ \text{m/s}^2} = \boxed{3{,}00\ \text{s}} \quad \text{(segunda solución)}$$

COMPROBACIÓN Cuando el birrete sube, su velocidad disminuye con una tasa de 9,81 m/s cada segundo. Su velocidad inicial es 14,7 m/s, por lo que esperamos que su ascenso dure más de 1,0 s, pero menos de 2,0 s. Por lo tanto, si sube 1,5 s nos parece razonable.

OBSERVACIÓN En la figura 2.21*b* se representa la velocidad frente al tiempo. Obsérvese que la pendiente es constante, incluso cuando $v_y = 0$. La pendiente es la aceleración instantánea, una constante que vale −9,81 m/s². En el gráfico de la figura 2.21*a* se representa la altura frente al tiempo, siendo el tiempo de ascenso el mismo que el tiempo de descenso. En realidad, la aceleración del birrete no es constante, ya que la resistencia del aire produce un efecto significativo sobre un objeto ligero como el birrete. Si no se puede despreciar la resistencia del aire, la caída será más larga que el ascenso.

PROBLEMA PRÁCTICO 2.5 Hallar $y_{máx} - y_0$ usando la ecuación 2.15. Determinar la velocidad del birrete cuando llega de nuevo al punto de partida.

PROBLEMA PRÁCTICO 2.6 ¿Cuál es la velocidad del birrete en los siguientes instantes de tiempo? (*a*) 0,100 s antes de que llegue al punto más alto; (*b*) 0,100 s después de que haya pasado por el punto más alto. (*c*) Calcular $\Delta v_y / \Delta t$ durante este intervalo de tiempo de 0,200 s.

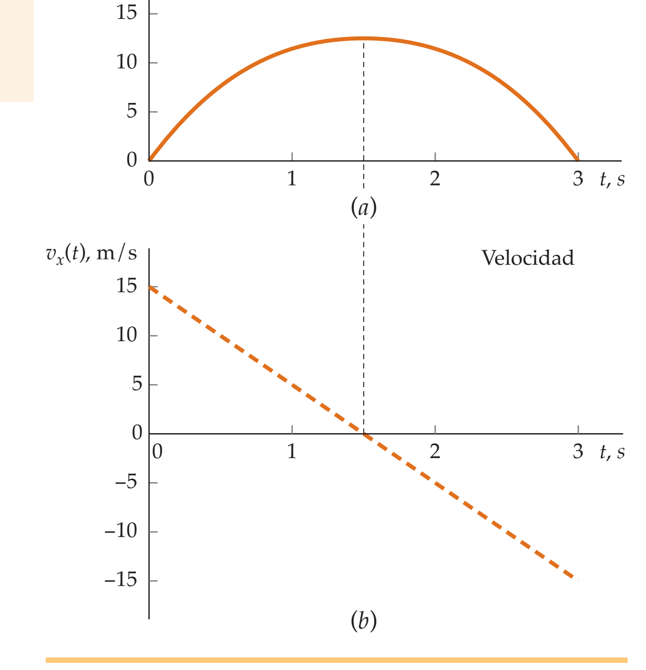


FIGURA 2.21 Se representan, uno encima del otro, los gráficos de la altura y la velocidad de forma que pueden verse el valor de ambos parámetros en el mismo instante de tiempo.

Problemas con dos objetos A continuación, exponemos algunos problemas que incluyen dos objetos que se mueven con aceleración constante.

Ejemplo 2.14 A la caza de un coche con exceso de velocidad

Un coche lleva una velocidad de 25 m/s (= 90 km/h) en una zona escolar. Un coche de policía, que está parado, arranca cuando el infractor le adelanta y acelera con una aceleración constante de 5 m/s². (*a*) ¿Cuánto tiempo tarda el coche de policía en alcanzar al vehículo infractor? (*b*) ¿Qué velocidad lleva el coche de policía cuando le alcanza?

PLANTEAMIENTO Para determinar cuando los dos coches se encuentran en la misma posición, expresamos las posiciones x_S del vehículo infractor y x_P del coche de policía en función del tiempo y despejamos t para $x_S = x_P$. Una vez que sabemos cuándo el coche de policía alcanza al infractor, podemos determinar la velocidad del coche de policía en el momento en que alcanza al coche infractor usando la ecuación $v_x = a_x t$.

SOLUCIÓN

(*a*) 1. Dibuje los dos coches en sus posiciones iniciales ($t = 0$) y finales ($t = t_c$) (figura 2.22). Incluya un eje de coordenadas y señale los parámetros cinemáticos:

FIGURA 2.22 El coche del infractor y del policía tienen la misma posición cuando $t = 0$ y, de nuevo, cuando $t = t_c$.

2. Escriba las funciones de posición del infractor y del policía:

$$x_S = v_{Sx}t \text{ y } x_P = \tfrac{1}{2}a_{Px}t^2$$

3. Hacer $x_S = x_P$ y resolver para el tiempo t_c para $t_c > 0$:

$$v_{Sx}t_c = \tfrac{1}{2}a_{Px}t_c^2 \Rightarrow v_{Sx} = \tfrac{1}{2}a_{Px}t_c \qquad t_c \neq 0$$

$$t_c = \frac{2v_{Sx}}{a_{Px}} = \frac{2(25\ \text{m/s})}{5{,}0\ \text{m/s}^2} = \boxed{10\ \text{s}}$$

(*b*) La velocidad del coche de policía viene expresada por $v_x = v_{0x} + a_x t$, donde $v_{0x} = 0$:

$$v_{Px} = a_{Px}t_c = (5{,}0\ \text{m/s}^2)(10\ \text{s}) = \boxed{50\ \text{m/s}}$$

COMPROBACIÓN La velocidad final del coche de policía en (*b*) es, exactamente, el doble que la del coche infractor. Como los dos coches cubren la misma distancia en igual tiempo, ambos hicieron el recorrido con igual velocidad media. La velocidad media del infractor es, por supuesto, de 25 m/s. Como el policía parte del reposo y su velocidad media es de 25 m/s, debe alcanzar una velocidad final de 50 m/s.

PROBLEMA PRÁCTICO 2.7 ¿Qué distancia han recorrido los coches cuando el policía alcanza al infractor?

Ejemplo 2.15 El coche de policía *Inténtelo usted mismo*

¿Qué velocidad lleva el coche de policía del ejemplo 2.14 cuando se encuentra a 25 m por detrás del vehículo infractor?

PLANTEAMIENTO La velocidad viene expresada por $v_P = a_x t_1$, donde t_1 es el tiempo en el cual $x_S - x_P = 25$ m.

SOLUCIÓN

Tape la columna de la derecha e intente resolverlo usted mismo.

Pasos

1. Dibujar una curva *x-t* que muestre las posiciones de los dos coches (figura 2.24). En este gráfico identificar la distancia $D = x_S - x_P$ entre los dos coches para un instante dado.

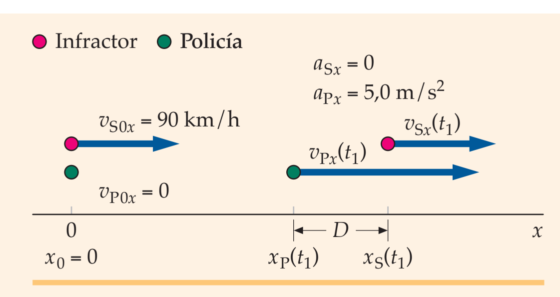


FIGURA 2.23

2. Utilizar las ecuaciones para x_P y x_S del ejemplo 2.14 y despejar t_1 cuando $x_S - x_P = 25$ m. Hay dos soluciones, una que corresponde a pocos instantes después del inicio del movimiento y otra que corresponde a poco antes de que el vehículo con exceso de velocidad sea alcanzado.

Respuestas



$t_1 = (5 \pm \sqrt{15})$ s

3. Utilizar $v_{P1} = a_{Px}t_1$ para calcular la velocidad del coche de policía cuando $x_S - x_P = 25$ m.

$v_{P1} = \boxed{5{,}64 \text{ m/s}}$ y $\boxed{44{,}4 \text{ m/s}}$

COMPROBACIÓN En la figura 2.24 se observa que la distancia entre los dos coches al principio es cero, crece hasta un valor máximo y luego disminuye. Para una determinada distancia de separación esperamos dos velocidades distintas.

OBSERVACIÓN La separación en cualquier momento viene dada por $D = x_S - x_P = v_{Sx}t - \frac{1}{2}a_{Px}t^2$. Cuando la separación es máxima, $dD/dt = 0$, lo cual ocurre en el instante $t = 5{,}0$ s. Para intervalos de tiempo iguales antes y después de $t = 5{,}0$ s, las separaciones son las mismas.

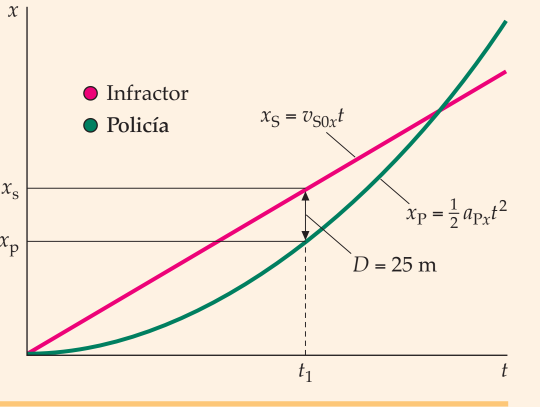


FIGURA 2.24

Ejemplo 2.16 Un ascensor en movimiento

Una persona en un ascensor ve un tornillo que cae del techo. La altura del ascensor es de 3 m. ¿Cuánto tiempo tarda el tornillo en chocar contra el suelo si el ascensor asciende con una aceleración constante $= 4{,}0$ m/s²?

PLANTEAMIENTO Cuando el tornillo llegue al suelo, la posición del tornillo y el suelo son la misma. Iguale las posiciones y despeje el tiempo.

SOLUCIÓN

1. Dibujar un diagrama que muestre las posiciones inicial y final del tornillo y del suelo del ascensor (Figura 2.25). Incluya un eje de coordenadas y señale los parámetros cinemáticos. El tornillo y el suelo tienen la misma velocidad inicial, pero diferentes aceleraciones. Escoger como origen la posición inicial del suelo y elegir la dirección hacia arriba como la dirección y positiva. El tornillo llega al suelo al tiempo t_f:

2. Escribir las ecuaciones que especifiquen la posición y_s del suelo del ascensor y la posición y_t del tornillo. Ambos tienen la misma velocidad inicial v_{0y}:

$$y_s - y_{s0} = v_{s0y}t + \tfrac{1}{2}a_{sy}t^2$$
$$y_s - 0 = v_{0y}t + \tfrac{1}{2}a_{sy}t^2$$
$$y_t - y_{t0} = v_{t0y}t + \tfrac{1}{2}a_{ty}t^2$$
$$y_t - h = v_{0y}t + \tfrac{1}{2}(-g)t^2$$

3. Igualar las expresiones para y_s e y_t cuando $t = t_f$ y simplificar:

$$y_t = y_s$$
$$h + v_{0y}t_f - \tfrac{1}{2}gt_f^2 = v_{0y}t_f + \tfrac{1}{2}a_{sy}t_f^2$$
$$h - \tfrac{1}{2}gt_f^2 = \tfrac{1}{2}a_{sy}t_f^2$$

4. Despejar el tiempo y sustituir los valores:

$$h = \tfrac{1}{2}(a_{sy} + g)t_f^2 \quad \text{por lo tanto}$$
$$t_f = \sqrt{\frac{2h}{a_{sy} + g}} = \sqrt{\frac{2(3{,}0 \text{ m})}{4{,}0 \text{ m/s}^2 + 9{,}81 \text{ m/s}^2}} = 0{,}659 \text{ s} = \boxed{0{,}66 \text{ s}}$$



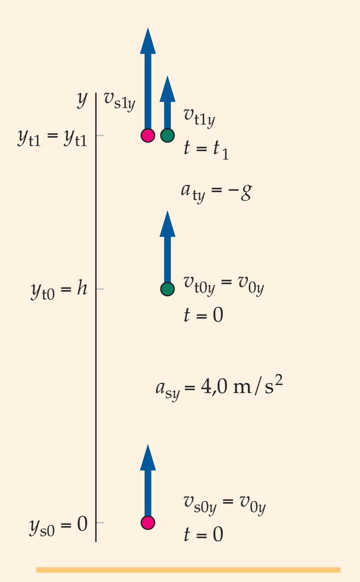


FIGURA 2.25 El eje y está fijado al edificio.

COMPROBACIÓN Si el ascensor fuera estacionario, la distancia que cae el tornillo sería $h = \frac{1}{2}gt_f^2$. Si $h = 3{,}0$ m, el tiempo que tarda en llegar al suelo es $t_f = 0{,}78$ s. A causa de la aceleración del ascensor, esperamos que el tornillo tarde menos en caer. El resultado que se ha obtenido satisface esta suposición.

Ejemplo 2.17 Un ascensor en movimiento *Inténtelo usted mismo*

Considerar el ascensor y el tornillo del ejemplo 2.16. Suponer que la velocidad de subida del ascensor es de 16 m/s cuando el tornillo se desprende del techo y empieza a caer. (*a*) ¿Qué distancia recorre el ascensor mientras el tornillo cae? ¿Qué distancia recorre el tornillo? (*b*) ¿Cuál es la velocidad del tornillo y del ascensor en el momento del impacto de aquél en el suelo?

PLANTEAMIENTO El tiempo de vuelo del tornillo se ha obtenido en la solución del ejemplo 2.16. Usar este tiempo para resolver los apartados (*a*) y (*b*).

SOLUCIÓN
Tape la columna de la derecha e intente resolverlo usted mismo.

Pasos	Respuestas
(*a*) 1. Usar la ecuación 2.13 para calcular la distancia que se mueve el suelo del ascensor entre el tiempo $t = 0$ y $t = t_f$, donde t_f se ha calculado en el paso 4 del ejemplo 2.16.	$\Delta y_s = v_{si}t_f + \frac{1}{2}a_s t_t^2 = \boxed{11{,}4\text{ m}}$
2. Entre $t = 0$ y $t = t_f$, el desplazamiento del tornillo es inferior al del suelo en unos 3,0 m.	$\Delta y_t = \boxed{+8{,}4\text{ m}}$
(*b*) Usar la ecuación 2.12, $v_y = v_{0y} + a_y t$, para encontrar la velocidad del impacto del tornillo con el suelo del ascensor.	$v_{ty} = v_{tiy} - gt_f = \boxed{9{,}5\text{ m/s}}$ $v_{sy} = v_{siy} + a_{sy}t_f = \boxed{19\text{ m/s}}$

COMPROBACIÓN Los resultados del apartado (*b*) para la velocidad del tornillo y del suelo del ascensor en el momento del impacto son ambos positivos, indicando que las dos velocidades van hacia arriba. Para que se dé el impacto el ascensor debe moverse más rápido que el tornillo. Este resultado es consistente con lo que se ha obtenido en el apartado (*b*).

OBSERVACIÓN El tornillo impacta con el suelo del ascensor 8,4 m por encima de su posición inicial. Con respecto al edificio, en el momento del contacto el tornillo todavía está subiendo. Obsérvese que en el momento del impacto la velocidad del tornillo relativa al edificio es positiva.

2.4 INTEGRACIÓN

En esta sección usamos el cálculo integral para obtener las ecuaciones del movimiento. Puede encontrarse un tratamiento conciso del cálculo en el Apéndice de Matemáticas.

Para determinar la velocidad a partir de una determinada aceleración, observemos que la velocidad es la función $v_x(t)$ cuya derivada es la aceleración $a_x(t)$:

$$\frac{dv_x(t)}{dt} = a_x(t)$$

Si la aceleración es constante, la velocidad es aquella función del tiempo que cuando se deriva es igual a esta constante. Por ejemplo

$$v_x = a_x t \qquad a_x \text{ es constante}$$

De un modo más general, podemos añadir a la función $a_x t$ cualquier constante sin que se modifique la derivada respecto al tiempo. Llamando c a esta nueva constante, resulta

$$v_x = a_x t + c$$

Cuando $t = 0$, $v_x = c$. Así pues, c es la velocidad inicial v_{0x}.

Análogamente, la función posición $x(t)$ es aquella función cuya derivada es la velocidad:

$$\frac{dx}{dt} = v_x = v_{0x} + a_x t$$

Cada uno de estos términos puede tratarse separadamente. La función cuya derivada es una constante v_{0x} es $v_{0x}t$ más cualquier constante. La función cuya derivada es $a_x t$ es $\frac{1}{2}at^2$ más cualquier constante. Llamando x_0 a la suma combinada de todas estas constantes arbitrarias, resulta

$$x = x_0 + v_{0x}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2$$

Cuando $t = 0$, $x = x_0$. Así pues, x_0 es la posición inicial.

Siempre que se obtiene una función a partir de su derivada, debe añadirse una constante arbitraria en la función general. Como para obtener $x(t)$ a partir de la aceleración debemos integrar dos veces, aparecen dos constantes. Normalmente estas constantes se determinan a partir de la velocidad y la posición iniciales en un instante determinado. Generalmente se elige el instante en que $t = 0$. Por ello, estas constantes reciben el nombre de **condiciones iniciales**. Un problema común llamado **problema del valor inicial** toma la forma: "dado $a_x(t)$ y los valores iniciales de x y de v_x determinar $x(t)$". Este problema es particularmente importante en física porque la aceleración de una partícula está determinada por las fuerzas que actúan sobre ella. Así pues, si conocemos las fuerzas que actúan sobre una partícula y su posición y velocidad en un instante determinado, podemos hallar su posición en cualquier otro instante.

Una función $F(t)$ cuya derivada (respecto a t) es igual a la función $f(t)$ se denomina **antiderivada** de $f(t)$. (Ya que $v_x = dx/dt$ y $a_x = dv_x/dt$, x es la antiderivada de v_x y v_x es la antiderivada de a_x.) El problema de la antiderivada está relacionado con el de la obtención del área bajo una curva.

Al obtener la ecuación 2.14 se demostró que el cambio en la posición Δx es igual al área bajo la curva velocidad-tiempo. Para demostrar esto (véase la figura 2.12) vemos que el área bajo la curva puede aproximarse dividiendo el intervalo de tiempo en cierto número de pequeños intervalos Δt_1, Δt_2, etc., y trazando una serie de áreas rectangulares. El área del rectángulo correspondiente al intervalo de tiempo Δt_i es $v_{ix}\,\Delta t_i$, el cual es aproximadamente igual al desplazamiento Δx_i durante el intervalo Δt_i. La suma de las áreas de los rectángulos es, por lo tanto, la suma de los desplazamientos realizados durante los intervalos de tiempo correspondientes y es aproximadamente igual al desplazamiento total desde el instante t_1 al t_2. Matemáticamente, escribiremos esto en la forma

$$\Delta x \approx \sum_i v_{ix}\,\Delta t_i$$

donde la letra $\sum$ (sigma mayúscula) representa una "suma". Podemos hacer la aproximación tan exacta como queramos escogiendo suficientes rectángulos bajo la curva, cada uno de los cuales corresponde a un valor pequeño de Δt. En el límite correspondiente a intervalos de tiempo cada vez más pequeños, esta suma es igual al área comprendida bajo la curva, que equivale, por lo tanto, al desplazamiento. Este límite se denomina **integral** y se escribe del modo siguiente.

$$\Delta x = x(t_2) - x(t_1) = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\sum_i v_{ix}\,\Delta t_i\right) = \int_{t_1}^{t_2} v_x\,dt \qquad 2.17$$



Véase el
Apéndice de matemáticas
para más información sobre
Integrales

Es útil imaginar que el signo integral $\int$ es una S alargada que indica una suma. Los límites t_1 y t_2 indican los valores inicial y final de la variable de integración t.

El proceso de calcular una integral se llama **integración**. En la ecuación 2.17, v_x es la derivada de x, y x es la antiderivada de v_x. Éste es un ejemplo del teorema fundamental de cálculo, cuya formulación durante el siglo XVII aceleró el desarrollo matemático de la física:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt}, \quad \text{entonces} \quad F(t_2) - F(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt \qquad 2.18$$

TEOREMA FUNDAMENTAL DEL CÁLCULO

La antiderivada de una función se denomina también integral indefinida de la función y se escribe sin límites sobre el signo integral:

$$x = \int v_x\, dt$$

La operación de determinar x a partir de la derivada v_x (es decir, determinar la antiderivada) se llama también integración. Por ejemplo, si $v_x = v_{0x}$ (una constante) entonces,

$$x = \int v_{0x}\, dt = v_{0x}t + x_0$$

donde x_0 es la constante arbitraria de integración. A partir de la ecuación 2.6 que expresa la regla general para la derivada de una potencia, podemos determinar una regla general para la integración de una potencia de t. El resultado es

$$\int t^n\, dt = \frac{t^{n+1}}{n+1} + C, \quad n \neq -1 \qquad 2.19$$

donde C es una constante arbitraria. Puede comprobarse fácilmente derivando el segundo miembro mediante la regla de la ecuación 2.6. (Y para el caso especial $n = -1$, $\int t^{-1} dt = \ln t + C$, donde $\ln t$ es el logaritmo natural de t.)

Dado que $a_x = dv_x/dt$, el cambio de velocidad durante cierto intervalo de tiempo puede interpretarse análogamente como el área bajo la curva a_x en función de t en dicho intervalo. Así se escribe

$$\Delta v_x = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\sum_i a_{ix}\, \Delta t_i\right) = \int_{t_1}^{t_2} a_x\, dt \qquad 2.20$$

Así pueden deducirse las ecuaciones de la aceleración constante calculando las integrales indefinidas de la aceleración y la velocidad. Si a_x es constante, tenemos

$$v_x = \int a_x dt = a_x \int dt = v_{0x} + a_x t \qquad 2.21$$

donde hemos escrito en primer lugar la constante de integración v_{0x}. Integrando de nuevo y llamando x_0 a la constante de integración, resulta

$$x = \int (v_{0x} + a_x t) dt = x_0 + v_{0x}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 \qquad 2.22$$

Es instructivo deducir las ecuaciones 2.21 y 2.22 usando integrales definidas en vez de integrales indefinidas. Si la aceleración es constante, la ecuación 2.20, cuando $t_1 = 0$, nos da

$$v_x(t_2) - v_x(0) = a_x \int_0^{t_2} dt = a_x(t_2 - 0)$$

donde el tiempo t_2 es arbitrario. Como es arbitrario, se puede considerar $t_2 = t$, y se obtiene

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$

donde $v_x = v_x(t)$ y $v_{0x} = v_x(0)$. Para obtener la ecuación 2.22, se sustituye $v_{0x} + a_x t$ por v_x en la ecuación 2.17 con $t_1 = 0$. Esto nos lleva a

$$x(t_2) - x(0) = \int_0^{t_2} (v_{0x} + a_x t) dt$$

Esta integral es igual al área bajo la curva v_x-t (figura 2.26). Evaluando la integral y resolviendo para x nos da

$$x(t_2) - x(0) = \int_0^{t_2} (v_{0x} + a_x t) dt = v_{0x}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 \Big|_0^{t_2} = v_{0x}t_2 + \tfrac{1}{2}a_x t_2^2$$

donde t_2 es arbitrario. Poniendo $t_2 = t$, obtenemos

$$x = x_0 + v_{0x}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2$$

donde $x = x(t)$ y $x_0 = x(0)$.

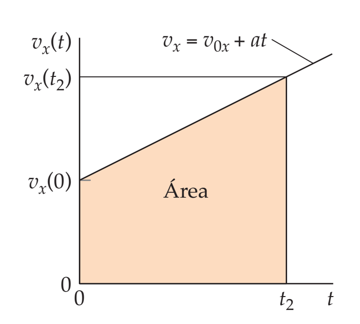


FIGURA 2.26 El área bajo la curva v_x-t es el desplazamiento $\Delta x = x(t_2) - x(0)$.

La definición de velocidad media es $\Delta x = v_{m\,x}\,\Delta t$ (ecuación 2.3). Además, $\Delta x = \int_{t_1}^{t_2} v_x\,dt$ (ecuación 2.17). Igualando estas ecuaciones y resolviendo para $v_{m\,x}$, resulta

$$v_{m\,x} = \frac{1}{\Delta t}\int_{t_1}^{t_2} v_x\,dt \qquad 2.23$$

DEFINICIÓN ALTERNATIVA DE VELOCIDAD MEDIA

donde $\Delta t = t_2 - t_1$. La ecuación 2.23 equivale matemáticamente a la definición de velocidad media, por lo que ambas ecuaciones sirven como definición.

Ejemplo 2.18 Un transbordador

Un transbordador lleva una velocidad constante $v_{0x} = 8{,}0$ m/s durante 60 s. A continuación, para sus motores y se acerca a la costa. Su velocidad es entonces una función del tiempo dada por la expresión $v_x = v_{0x}t_1^2/t^2$, siendo $t_1 = 60$ s. ¿Cuál es el desplazamiento del transbordador en el intervalo $0 < t < \infty$?



(Gene Mosca.)

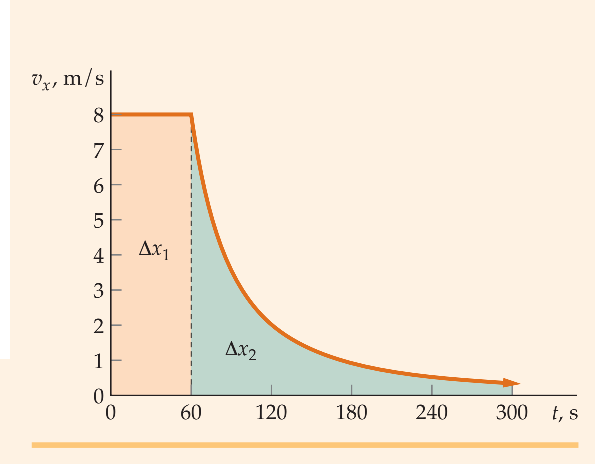


FIGURA 2.27

PLANTEAMIENTO La función velocidad viene representada por la figura 2.27. El desplazamiento total se calcula sumando el desplazamiento Δx_1 correspondiente al intervalo $0 < t < t_1 = 60$ s y el desplazamiento Δx_2 durante el intervalo $t_1 < t < \infty$.

SOLUCIÓN

1. La velocidad del transbordador es constante durante los primeros 60 segundos; así, el desplazamiento es simplemente el producto de la velocidad por el tiempo transcurrido:

$$\Delta x_1 = v_{0x}\,\Delta t = v_{0x}t_1 = (8{,}0\text{ m/s})(60\text{ s}) = 480\text{ m}$$

2. El desplazamiento restante viene dado por la integral de la velocidad desde $t = t_1$ hasta $t = \infty$. Utilizamos la ecuación 2.17 para calcular la integral:

$$\Delta x_2 = \int_{t_1}^{\infty} v_x\,dt = \int_{t_1}^{\infty}\frac{v_{0x}t_1^2}{t^2}\,dt = v_{0x}t_1^2\int_{t_1}^{\infty} t^{-2}\,dt$$

$$= v_{0x}t_1^2\,\frac{t^{-1}}{-1}\bigg|_{t_1}^{\infty} = -v_{0x}t_1^2\left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{t_1}\right)$$

$$= -(0 - v_{0x}t_1) = (8\text{ m/s})(60\text{ s}) = 480\text{ m}$$

3. El desplazamiento total es la suma de los dos desplazamientos anteriores:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 480\text{ m} + 480\text{ m} = \boxed{960\text{ m}}$$

COMPROBACIÓN Las expresiones obtenidas para los desplazamientos en los pasos 1 y 2 son la velocidad multiplicada por el tiempo, por lo que ambos son dimensionalmente correctos.

OBSERVACIÓN El área bajo la curva de v en función del tiempo es finita. Así, aunque el transbordador nunca deja de moverse, viaja sólo una distancia finita. Una representación mejor de la velocidad de un buque que bordea la costa con los motores parados sería una función exponencialmente decreciente $v_x = v_{0x}e^{-b(t-t_1)}$, donde b es una constante positiva. En este caso, el buque se acercaría a la costa también una distancia finita en el intervalo $t_1 \le t \le \infty$.

Aceleradores lineales

Los aceleradores lineales son unos instrumentos que aceleran partículas cargadas eléctricamente por un largo conducto hasta que chocan con un blanco. Los grandes aceleradores proporcionan a las partículas una energía cinética grande, del orden de miles de millones de electronvolt, que sirve para estudiar las partículas fundamentales de la materia y las fuerzas que las mantienen unidas. (La energía que se requiere para extraer un electrón de un átomo es del orden del electronvolt.) En el acelerador lineal de dos millas de longitud de la Universidad de Stanford, las ondas electromagnéticas impulsan a gran velocidad a los electrones o positrones que se mueven en un tubo de cobre. Cuando las partículas chocan a gran velocidad con el blanco, se producen diversas clases de partículas subatómicas además de rayos X y rayos gamma. Estas partículas pasan por unos dispositivos de detección denominados detectores de partículas.



El cilindro de color beige del fondo es el acelerador del Naval Academy Tandem Accelerator Laboratory. Un haz de protones de gran velocidad se mueve por el acelerador hacia el blanco en primer plano. *(Gene Mosca.)*

Los experimentos con los aceleradores han permitido a los físicos determinar que los protones y los neutrones, que hace tiempo se pensaba que eran partículas elementales del núcleo atómico, están formados, a su vez, por otras partículas elementales más fundamentales denominadas quarks. Se ha identificado también otro grupo de partículas, los leptones, que incluye los electrones, los neutrinos y unas cuantas partículas más. Los centros de investigación con los aceleradores más grandes, como el Fermi National Accelerator Laboratory en Batavia, Illinois, para conseguir mayores velocidades de las partículas usan series de aceleradores lineales y circulares. A medida que la velocidad de una partícula se aproxima a la velocidad de la luz, la energía que se requiere para acelerarla hasta esta velocidad tiende a infinito.

Aunque los grandes aceleradores son los que llaman más la atención, en todo el mundo se usan miles de aceleradores lineales para numerosas aplicaciones prácticas. Una de las más comunes es el tubo de rayos catódicos (TRC) de un aparato de televisión o de un monitor de ordenador. En un tubo de rayos catódicos, electrones del cátodo (un filamento calentado) se aceleran en un entorno vacío hacia un ánodo cargado positivamente. Unos electroimanes controlan la dirección del haz de electrones que se dirigen hacia una pantalla cubierta de fósforo, un material que emite luz cuando inciden en él electrones. La energía cinética de los electrones en un tubo de rayos catódicos alcanza un máximo de 30 000 electronvolt, que corresponde a una velocidad que es un tercio de la que tendría el electrón si se moviera a la velocidad de la luz.

En la práctica médica de tratamiento radiológico del cáncer, se usan aceleradores lineales que tienen una potencia que es unas mil veces mayor que la de los tubos de rayos catódicos. "El acelerador lineal usa tecnología de microondas (similar a la usada en el radar) para acelerar electrones en una zona denominada "guía de ondas" que los impele hacia un pesado blanco de metal. Como consecuencia de las colisiones, del blanco salen rayos X de gran energía que convenientemente canalizados y con una determinada forma del haz se focalizan en el tumor del paciente".[1]

Otra aplicación de los aceleradores consiste en la producción de radioisótopos como trazadores en medicina y biología, para la esterilización de material quirúrgico, y para determinar la composición de materiales. Por ejemplo, en una técnica denominada emisión de rayos X inducida por partículas (PIXE), un haz de iones, habitualmente protones, produce la emisión de rayos X en átomos blanco lo cual permite saber de qué átomos se trata. Esta técnica se ha utilizado en el estudio de materiales arqueológicos y en una gran variedad de otra clase de muestras.

[1] The American College of Radiology and the Radiological Society of North America, http//www.radiologyinfo.org/content/therapy/linear_accelerator.htm.

Resumen

El desplazamiento, la velocidad y la aceleración son magnitudes cinemáticas *definidas* importantes.

TEMA	OBSERVACIONES Y ECUACIONES RELEVANTES	
1. Desplazamiento	$\Delta x = x_2 - x_1$	2.1
Interpretación gráfica	El desplazamiento es el área bajo la curva v_x en función de t.	
2. Velocidad		
Velocidad media	$v_{m\,x} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ o $v_{m\,x} = \frac{1}{\Delta t}\int_{t_1}^{t_2} v_x\,dt$	2.3, 2.23
Velocidad instantánea	$v_x(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$	2.5
Interpretación gráfica	La velocidad instantánea se representa gráficamente por la pendiente de la recta tangente de la curva x en función de t.	
3. Módulo de la velocidad		
Módulo de la velocidad media	Módulo de la velocidad media $= \frac{\text{distancia total}}{\text{tiempo total}} = \frac{s}{t}$	2.2
Módulo de la velocidad instantánea	Módulo de la velocidad instantánea $= \lvert v_x \rvert$	
4. Aceleración		
Aceleración media	$a_{m\,x} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$	2.7
Aceleración instantánea	$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$	2.9
Interpretación gráfica	La aceleración instantánea se representa gráficamente por la pendiente de la curva v_x en función del tiempo t.	
Aceleración debida a la gravedad	La aceleración de un objeto próximo a la superficie de la Tierra en caída libre bajo la influencia de la gravedad está dirigida hacia abajo y su módulo es $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2 = 32{,}2\ \text{ft/s}^2$	
5. Ecuaciones cinemáticas para la aceleración constante		
Velocidad	$v_x = v_{0x} + a_x t$	2.12
Velocidad media	$v_{m\,x} = \frac{1}{2}(v_{0x} + v_x)$	2.16
Desplazamiento en función de $v_{m\,x}$	$\Delta x = x - x_0 = v_{m\,x} t = \frac{1}{2}(v_{0x} + v_x)t$	
Desplazamiento en función del tiempo	$\Delta x = x - x_0 = v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2$	2.14
v_x^2 en función de Δx	$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x\,\Delta x$	2.15
6. El desplazamiento y la velocidad como integrales	El desplazamiento se representa gráficamente por el área bajo la curva v_x en función del tiempo. Esta área es la integral de v_x extendida al tiempo, desde cierto valor inicial t_1 a cierto valor final t_2, y se expresa del modo siguiente: $\Delta x = \lim_{\Delta t \to 0} \sum_i v_{i\,x}\,\Delta t_t = \int_{t_1}^{t_2} v_x\,dt$	2.17
	Igualmente, el cambio de velocidad durante cierto tiempo se representa gráficamente por el área bajo la curva a_x en función de t: $\Delta v_x = \lim_{\Delta t \to 0} \sum_i a_{i\,x}\,\Delta t_i = \int_{t_1}^{t_2} a_x\,dt$	2.20